(1) $\int_{-7}^{5}(x^2-3x)\,dx = \lim_{\|P\|\to 0}\sum_{k=1}^{n}(c_k^2-3c_k)\Delta k_c$ حيث P هي أي تجزيء للفترة $[-7, 5]$

(2) $\int_{1}^{4}\frac{1}{x}\,dx = \lim_{\|P\|\to 0}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{c_k}\Delta xk$ حيث P هي أي تجزيء للفترة $[1, 4]$.

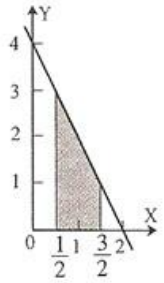
(3) $\int_{-\pi}^{\pi}\sin^3 x\,dx = \lim_{\|P\|\to 0}\sum_{k=1}^{n}(\sin^3 c_k)\Delta xk$ حيث P هي أي تجزيء للفترة $[-\pi, \pi]$.

(4) $\int_{0}^{3}(-160)dt = (-160)(3-0) = -480$

(5) $\int_{-2.1}^{3.4}0.5ds = 0.5[3.4-(-2.1)] = 2.75$

(6) $\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{18}}\sqrt{2}\,dr = \sqrt{2}(\sqrt{18}-\sqrt{2}) = 4$

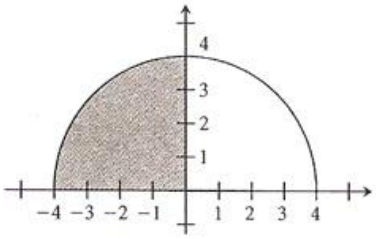
(7) ارسم بيانيًّا المنطقة بين منحنى $y = -2x+4$ ومحور السينات لـ $\frac{1}{2}\le x\le\frac{3}{2}$



$x = \frac{1}{2}$ و $x = \frac{3}{2}$

$$\int_{1/2}^{3/2}(-2x+4)dx = \frac{1}{2}(1)(3+1) = 2$$

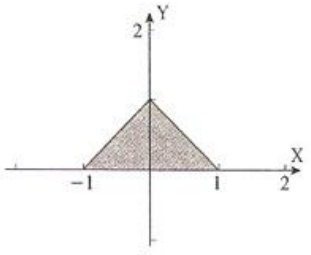
(8) ارسم بيانيًّا المنطقة بين منحنى $y = \sqrt{16-x^2}$ ومحور السينات لـ $-4\le x\le 0$



هذه المنطقة هي ربع دائرة ذات نصف قطر تساوي 4

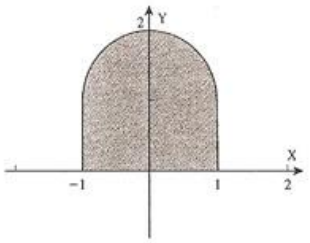
$$\int_{-4}^{0}\sqrt{16-x^2}\,dx = \frac{1}{4}\pi(4)^2 = 4\pi$$

(9) ارسم بيانيًّا المنطقة بين منحنى $y = 1-|x|$ ومحور السينات لـ $-1\le x\le 1$



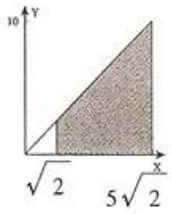
$$\int_{-1}^{1}(1-|x|)dx = \frac{1}{2}(2)(1) = 1$$

(10) ارسم بيانيًّا المنطقة بين منحنى $y = 1 + \sqrt{1 - x^2}$ ومحور السينات لـ $-1 \le x \le 1$



$$\int_{-1}^{1} (1 + \sqrt{1 - x^2})\, dx =$$
$$(2)(1) + \frac{1}{2}\pi(1)^2 = 2 + \frac{\pi}{2}$$

(11) ارسم بيانيًّا المنطقة بين منحنى $y = r$ ومحور السينات لـ $\sqrt{2} \le r \le 5\sqrt{2}$



$$\int_{\sqrt{2}}^{5\sqrt{2}} r\, dr = \frac{1}{2}(5\sqrt{2} - \sqrt{2})(\sqrt{2} + 5\sqrt{2}) = 24$$

(12) الرسم البياني لـ $f(x) = x^3 + 3$ هو 3 وحدات أعلى من الرسم البياني لـ $g(x) = x^3$. المساحة الزائدة هي

$$(3)(1) = 3$$

$$\int_0^1 (x^3 + 3)dx = \frac{1}{4} + 3 = \frac{13}{4}$$

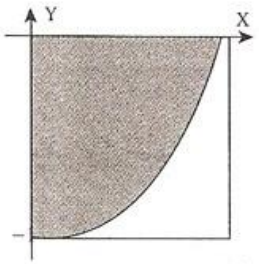
(13) لاحظ أن الرسم البياني لـ $f(x) = |x|^3$ متناظرة مع محور الصادات.

$$\int_{-1}^{1} |x|^3 dx = 2\int_0^1 x^3 dx = \frac{1}{2}$$

(14) لاحظ أن الرسم البياني لـ $f(x) = x^3$ هو متناظر مع نقطة الأصل. لهذا المساحة أعلى وأسفل للمحور السيني هما متساويتان لـ $-8 \le x \le 8$

$$\int_{-8}^{8} x^3 dx = \text{(المساحة فوق المحور السيني)} - \text{(المساحة المجاورة للمحور السيني)}$$
$$= 0$$

(15) لاحظ من خلال الرسم البياني المجاور للمنطقة بين الرسم البياني لـ $f(x) = x^3 - 1$ والمحور السيني لـ $0 \le x \le 1$ يفصل المنطقة R عن المربع المماثل للمنطقة تحت الرسم البياني لـ $g(x) = x^3$ لـ $0 \le x \le 1$



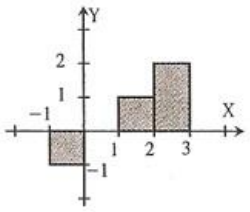
$$\int_0^1 (x^3 - 1)dx = -1 + \frac{1}{4} = -\frac{3}{4}$$

(16) $3 - 2\left[\ln(\cos x)\right]_0^{\frac{\pi}{3}} = 3 - 2[-\ln 2] \approx 4.3863$

(17) $\int_{-1}^{1} e^{-x}\, dx = -[e^{-x}]_{-1}^{+1} = -\left[\frac{1}{e} - e\right] = \frac{e^2 - 1}{e}$ (وحدة مربعة)

(18) (أ) للدالة نقاط عدم اتصال عند: $x = 0, 1, 2, 3$

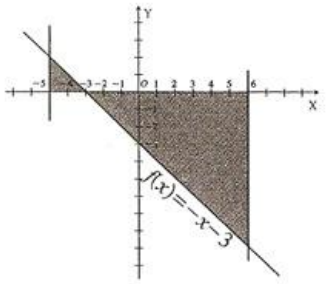
(ب)



$$\int_{-1}^{3} 2[x]dx = \int_{-1}^{0} 2(-1)dx + \int_{0}^{1} 2(0)dx + \int_{1}^{2} 2(1)dx + \int_{2}^{3} 2(2)dx = -2 + 2 + 4 = 4$$

(19) (أ) للدالة نقاط عدم اتصال عند $x = 3$

(ب)



$$\int_{-5}^{6} \frac{9 - x^2}{x - 3}\, dx = \frac{1}{2}(2)(2) - \frac{1}{2}(9)(9) = -\frac{77}{2}$$

(20) المشتقة العكسية لـ $5x$ هي $F(x) = \frac{5}{2}x^2$

$$\int_{0}^{2} 5x\, dx = F(2) - F(0) = 10 - 0 = 10$$

(21) المشتقة العكسية لـ $2t-3$ هي t^2-3t

$$\int_{0}^{2} (2t - 3)dt = F(2) - F(0) = -2 - 0 = -2$$

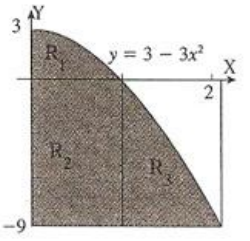
(22) المشتقة العكسية لـ $\frac{z}{2} + 1$ هي $F(z) = z + \frac{z^2}{4}$

$$\int_{2}^{1} \left(1 + \frac{z}{2}\right)dz = F(1) - F(2) = \frac{5}{4} - 3 = -\frac{7}{4}$$

(23) المشتقة العكسية لـ $\frac{3}{x+1}$ هي $F(x) = 3\ln|x + 1|$

$$\int_{0}^{3} \frac{3\, dx}{x + 1} = F(3) - F(0) = 3\ln 4 - 0 = 3\ln 4 \approx 4.159$$

(24) قسّم المنطقة المظللة كما يلي:



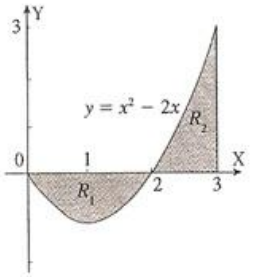
لاحظ أن المشتقة العكسية لـ $3-3x^2$ هي $F(x) = 3x - x^3$

منطقة R_1: $\int_{0}^{1} (3 - 3x^2)dx = F(1) - F(0) = 2$

منطقة R_2: $(9)(1) = 9$

منطقة R_3: $(9)(1) + \int_{1}^{2} (3 - 3x^2)dx = 9 + [F(2) - F(1)] = 9 + (-2 - 2) = 5$

(25) قسّم المنطقة المظللة كما يلي:



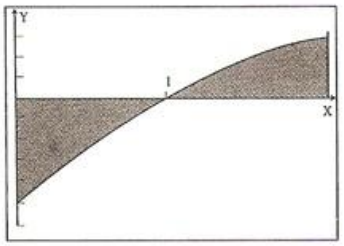
لاحظ أن المشتقة العكسية لـ x^2-2x هي $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2$

منطقة R_1: $-\int_0^2 (x^2 - 2x)dx = -[F(2) - F(0)] = -\left(-\frac{4}{3} - 0\right) = \frac{4}{3}$

منطقة R_2: $\int_2^3 (x^2 - 2x)dx = F(2) - F(1) = 0 - \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{4}{3}$

مجموع المساحات المظللة هو: $\frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$

(26) المشتقة العكسية لـ $-x^2+5x-4$ هي $F(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 4x$



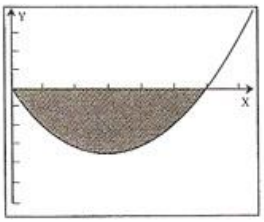
(أ) $\int_0^2 (-x^2 + 5x - 4)dx = F(2) - F(0) = -\frac{2}{3} - 0 = -\frac{2}{3}$

(ب) المساحة $-\int_0^1 (-x^2 + 5x - 4)dx + \int_1^2 (-x^2 + 5x - 4)dx$

$= -[F(1) - F(0)] + [F(2) - F(1)]$

$= -\left(-\frac{11}{6} - 0\right) + \left[-\frac{2}{3} - \left(-\frac{11}{6}\right)\right] = 3$

(27) المشتقة العكسية لـ x^2-4x هي $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2$



(أ) $\int_0^5 (x^2 - 4x)dx = F(5) - F(0) = -\frac{25}{3}$

(ب) المساحة $-\int_0^4 (x^2 - 4)dx + \int_4^5 (x^2 - 4x)dx = -[F(4) - F(0)] + [F(5) - F(4)]$

$= -\left(-\frac{32}{3} - 0\right) + \left[-\frac{25}{3} - \left(-\frac{32}{3}\right)\right] = 13$

(28) المشتقة العكسية لـ $-\frac{x^2}{2}$ هي $F(x)=-\frac{x^3}{6}$

$$av=\frac{1}{3}\int_0^3\left(-\frac{x^2}{2}\right)dx=\frac{1}{3}[F(3)-F(0)]=\frac{1}{3}\left(-\frac{9}{2}\right)=-\frac{3}{2}$$

أوجد $x=c$ على الفترة $[0,3]$ بحيث إن $\frac{-c^2}{2}=\frac{-3}{2}$

$$c^2=3;c=\pm\sqrt{3}$$

حيث إن $\sqrt{3}$ تنتمي إلى الفترة $[0,3]$، $x=\sqrt{3}$

(29) المشتقة العكسية لـ $(x-1)^2$ هي $F(x)=\frac{x^3}{3}-x^2+x$

$$av=\frac{1}{3}\int_0^3(x-1)^2dx=\frac{8}{9}+\frac{1}{9}=1$$

أوجد $x=c$ على الفترة $[0,3]$ بحيث إن $(c-1)^2=1$

$$c-1=\pm1$$

$$c=2 \text{ أو } c=0$$

حيث إن كلا القيمتين ينتمي إلى الفترة $[0,3]$، $x=2$ أو $x=0$

(30) المنطقة بين الرسم البياني والمحور السيني هي مستطيل مع نصف دائرة لنصف قطر مقطوع 1.

مساحة المنطقة هي $2(1)-\frac{1}{2}\pi(1)^2=\frac{4-\pi}{2}$

$$av(f)=\frac{1}{2}\int_{-1}^{1}f(t)dt=\frac{1}{2}\left(\frac{4-\pi}{2}\right)=\frac{4-\pi}{4}$$

(31) حيث إن $\tan\theta$ دالة فردية، هناك مساحات متساوية فوق المحور السيني وعند أسفله متوازية فوق المحور السيني

$$av(f)=\frac{1}{\frac{\pi}{2}}\int_{\frac{-\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\tan\theta d\theta=\frac{2}{\pi}\times0=0$$