(1) $\int_{2}^{-1} e^{-x}dx = -[e^{-x}]_{2}^{-1} = -[e - e^{-2}]$

$= -e + \frac{1}{e^2}$

(2) $\int_{0}^{5} x^{3/2}dx = \left[\frac{2}{5}x^{5/2}\right]_{0}^{5} = \frac{2}{5}(25\sqrt{5} - 0) = 10\sqrt{5} \approx 22.361$

(3) $\int_{-2}^{-1} \frac{2}{x^2}dx = 2\int_{-2}^{-1} x^{-2}dx = 2[-x^{-1}]_{-2}^{-1} = 2\left[1 - \frac{1}{2}\right] = 1$

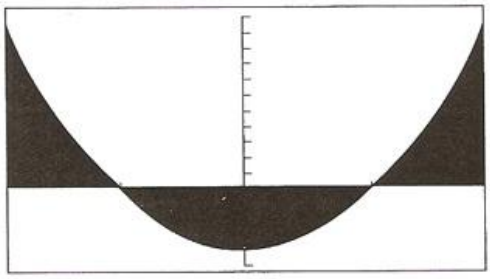
(4) $\int_{0}^{\pi} (1 + \cos x)dx = [x + \sin x]_{0}^{\pi} = (\pi + 0) - (0 + 0) = \pi \approx 3.142$

(5) $\int_{\pi/6}^{5\pi/6} csc^2\,\theta\, d\theta = [-\cot\theta]_{\pi/6}^{5\pi/6} = \sqrt{3} - (-\sqrt{3}) = 2\sqrt{3} \approx 3.464$

(6) $\int_{0}^{\pi/3} 4\sec x \tan x\, dx = 4[\sec x]_{0}^{\pi/3} = 4(2 - 1) = 4$

(7) $\int_{0}^{4} \frac{1 - \sqrt{u}}{\sqrt{u}}\, du = \int_{0}^{4} (u^{-1/2} - 1)du = [2u^{1/2} - u]_{0}^{4} = (4 - 4) - (0 - 0) = 0$

(8) الرسم البياني لـ $y = 3x^2 - 3$



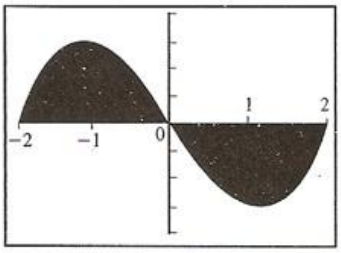
على الفترة $[-2, -1]$: $\int_{-2}^{-1} (3x^2 - 3)dx = [x^3 - 3x]_{-2}^{-1} = 2 - (-2) = 4$

على الفترة $[-1, 1]$: $\int_{-1}^{1} (3x^2 - 3)dx = [x^3 - 3x]_{-1}^{1} = -2 - (2) = -4$

على الفترة $[1,2]$: $\int_{1}^{2} (3x^2 - 3)dx = [x^3 - 3x]_{1}^{2} = 2 - (-2) = 4$

مجموع المساحات $= |4| + |-4| + |4| = 12$

(9) الرسم البياني لـ $y = x^3 - 4x$



على الفترة $[-2, 0]$: $\int_{-2}^{0}(x^3-4x)dx = \left[\frac{1}{4}x^4 - 2x^2\right]_{-2}^{0} = 0-(-4) = 4$

على الفترة $[0, 2]$: $\int_{0}^{2}(x^3-4x)dx = \left[\frac{1}{4}x^4 - 2x^2\right]_{0}^{2} = -4-0 = -4$

مجموع المساحات $= |4| + |-4| = 8$

(10) (أ) لا. الدالة $f(x) = \frac{x+1}{x^2-1}$ هي غير متصلة عند $x = 1$

(ب) ليس للتكامل أي قيمة إذًا $0 < b < 1$. ثم $\int_0^b \frac{x+1}{x^2-1}dx = \int_0^b \frac{1}{x-1}dx = [\ln|x-1|]_0^b = \ln|b-1|$

حيث إن $\frac{x+1}{x^2-1} = \frac{1}{x-1}$ والنظرية الأساسية تطبق لـ $[0, b]$.

عند $b \to 1^-$، $\ln|b-1| \to -\infty$ أو $\int_0^b \frac{x+1}{x^2-1}dx \to -\infty$ إذًا التكامل غير موجود على الفترة الجزئية

لـ $[0, 2]$ إذًا هي غير موجودة على الفترة $[0, 2]$

(11) لإيجاد المشتقة العكسية لـ $\sin^2 x$، تذكر من علم المثلثات أن $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$. إذًا

$$\sin^2 x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2x$$

$$K = \int_2^0 \sin^2 t\, dt = \int_2^0 \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2x)\right]dx = \left[\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\sin x \cos x\right]_2^0 = \left[\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin(2x)\right]_2^0$$

$$= 0 - \left(1 - \frac{\sin 2 \cos 2}{2}\right) = \frac{\sin 2 \cos 2 - 2}{2} \approx -1.189$$

(11) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\int_x^1 \frac{1}{t}dt\right) = \frac{d}{dx}\left(-\int_1^x \frac{1}{t}dt\right) = -\frac{1}{x}$

(12) $\frac{dy}{dx} = \cos(2x)\frac{d}{dx}(2x) = 2\cos(2x)$

(13) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\int_{\sin x}^{\cos x} t^2 dt\right) = \frac{d}{dx}\left(\int_0^{\cos x} t^2 dt - \int_0^{\sin x} t^2 dt\right)$

$$= \cos^2 x(-\sin x) - \sin^2 x \cos x = -\sin x \cos^2 x - \sin^2 x \cos x$$

(15) (أ) $\int_{-3}^{2}(6-x-x^2)dx=\left[6x-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}x^3\right]_{-3}^{2}=\frac{22}{3}-\left(-\frac{27}{2}\right)=\frac{125}{6}$

(ب) الرأس عند $x=\frac{-(-1)}{2(-1)}=-\frac{1}{2}$ (تذكر أن رأس القطع المكافئ $y=ax^2+bx+c$ هو $x=-\frac{b}{2a}$)

$y\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{25}{4}$. إذًا، الارتفاع $\frac{25}{4}$

(جـ) القاعدة هي $2-(-3)=5$

$\frac{2}{3}$ (قاعدة) (ارتفاع) $=\frac{2}{3}(5)\left(\frac{25}{4}\right)=\frac{125}{6}$

(16) (أ) $S'(3)=f(3)=0$ units/ sec

(ب) $S"(3)=f'(3)>0$ إذًا عجلة الجسيم موجبة.

(جـ) $S_{(3)}=\int_0^3 f(x)dx=\frac{1}{2}(-6)(3)=-9$ units وحدة.

(د) $S_{(6)}=\int_0^6 f(x)dx=\frac{1}{2}(-6)(3)+\frac{1}{2}(6)(3)=0$

يمر الجسيم عبر نقطة الأصل عند $t=6$ sec

(هـ) $S''(t)=f'(t)=0$ عند $t=7$ sec

(و) يتحرك الجسيم بعيدًا عن نقطة الأصل في الاتجاه السالب على الفترة (0,3) حيث إن $s(0)=0$ و $S'(t)<0$ على الفترة (0, 3) يتحرك الجسيم باتجاه نقطة الأصل على الفترة (3, 6) حيث إن $S'(t)>0$ في الفترة (3, 6) و $s(6)=0$. يتحرك الجسيم بعيدًا عن نقطة الأصل في الاتجاه الموجب لـ $t>6$ حيث إن $S'(t)>0$

(ز) الجسيم في الاتجاه الموجب حيث إن $S(9)=\int_0^9 f(x)dx>0$ (المساحة أسفل المحور السيني هي أصغر من المساحة فوق المحور السيني).