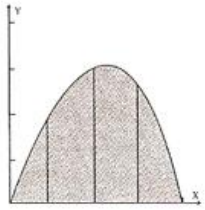
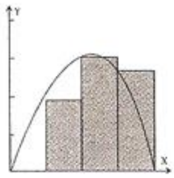
(1)

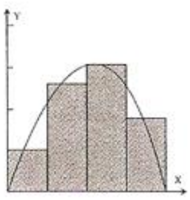


(2)



$$\text{LRAM}_4\text{:}\ \frac{1}{2}\left(0+\frac{15}{8}+3+\frac{21}{8}\right)=\frac{15}{4}=3.75$$

(3)



$$\text{MRAM}_4\text{:}\ \frac{1}{2}\left(\frac{63}{64}+\frac{165}{64}+\frac{195}{64}+\frac{105}{64}\right)=4.125$$

(4)

$$\text{RRAM}_4\text{:}\ \frac{1}{2}\left(\frac{15}{8}+3+\frac{21}{8}+0\right)=\frac{15}{4}=3.75$$

(5) $\int_0^2 (4x - x^3)dx = \left[2x^2 - \frac{1}{4}x^4\right]_0^2 = 8 - 4 = 4$

(6) (a) $\int_0^{10} x^3\, dx$

(b) $\int_0^{10} x \sin x\, dx$

(c) $\int_0^{10} x\,(3x-2)^2\, dx$

(d) $\int_0^{10} x\, \pi\left(9 - \sin^2 \frac{\pi x}{10}\right)dx$

(7) الرسم البياني فوق المحور السيني لـ $0 \le x < 4$ وتحته لـ $4 < x \le 6$

مجموع المساحة:

$$\int_0^4 (4-x)dx - \int_4^6 (4-x)dx = \left[4x - \frac{1}{2}x^2\right]_0^4 - \left[4x - \frac{1}{2}x^2\right]_4^6 = [8-0] - [6-8] = 10$$

(8) الرسم البياني فوق المحور السيني لـ $0 \le x < \frac{\pi}{2}$ وتحته عند $\frac{\pi}{2} < x \le \pi$

مجموع المساحة: $\int_0^{\pi/2} \cos x\, dx - \int_{\pi/2}^{\pi} \cos x\, dx = [\sin x]_0^{\pi/2} - [\sin x]_{\pi/2}^{\pi} = (1-0) - (0-1) = 2$

(9) $\int_{-2}^{2} 5\, dx = [5x]_{-2}^{2} = 10 - (-10) = 20$

(10) $\int_2^5 4x\, dx = [2x^2]_2^5 = 50 - 8 = 42$

(11) $\int_0^{\pi/4} \cos x\, dx = [\sin x]_0^{\pi/4} = \frac{\sqrt{2}}{2} - 0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

(12) $\int_{-1}^{1} (3x^2 - 4x + 7)dx = [x^3 - 2x^2 + 7x]_{-1}^{1} = 6 - (-10) = 16$

(13) $\int_0^1 (8s^3 - 12s^2 + 5)\, ds = [2s^4 - 4s^3 + 5s]_0^1 = 3 - 0 = 3$

(14) $\int_1^2 \frac{4}{x^2}\, dx = \left[-\frac{4}{x}\right]_1^2 = -2 - (-4) = 2$

(15) $\int_1^{27} y^{-4/3}\, dy = [-3y^{-1/3}]_1^{27} = -1 - (-3) = 2$

(16) $\int_1^4 \frac{dt}{t\sqrt{t}} = \int_1^4 t^{-3/2}\, dt = [-2t^{-1/2}]_1^4 = -1 - (-2) = 1$

(17) $\int_0^{\pi/3} \sec^2\theta\, d\theta = [\tan\theta]_0^{\pi/3} = \sqrt{3} - 0 = \sqrt{3}$

(18) $\int_1^e \frac{1}{x}\,dx = [\ln|x|]_1^e = 1 - 0 = 1$

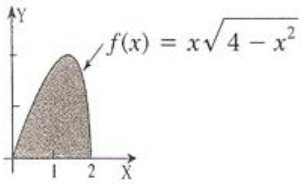
(19) $\int_0^1 \frac{36}{(2x+1)^3}\,dx = \int_0^1 36(2x+1)^{-3}\,dx = \left[-9(2x+1)^{-2}\right]_0^1 = -1-(-9) = 8$

(20) $\int_1^2 \left(x + \frac{1}{x^2}\right)dx = \int_1^2 (x + x^{-2})dx = \left[\frac{1}{2}x^2 - x^{-1}\right]_1^2 = \frac{3}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) = 2$

(21) $\int_{-\pi/3}^0 \sec x \tan x\,dx = [\sec x]_{-\pi/3}^0 = 1 - 2 = -1$

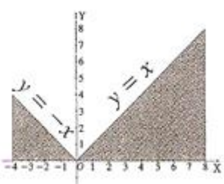
(22) $\int_{-1}^1 2x\sin(1-x^2)dx = [\cos(1-x^2)]_{-1}^1 = 1 - 1 = 0$

(23) $\int_0^2 \frac{2}{y+1}\,dy = \left[2\ln|y+1|\right]_0^2 = 2\ln 3 - 0 = 2\ln 3$



(24) الرسم البياني $y = x\sqrt{4-x^2}$ على الفترة $[0,2]$

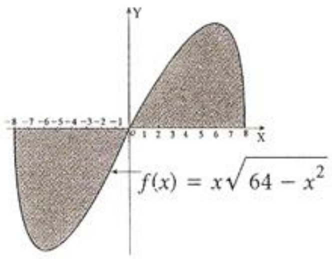
$\int_0^2 x\sqrt{4-x^2}\,dx = \frac{8}{3}$ (وحدة مربعة)



(25) الرسم البياني لـ $y = |x|$ على الفترة $[-4,8]$

المنطقة تحت المنحنى تتألف من مثلثين.

$\int_{-4}^8 |x|dx = \frac{1}{2}(4)(4) + \frac{1}{2}(8)(8) = 40$ (وحدة مربعة)



(26) الرسم البياني لـ $y = x\sqrt{64-x^2}$ على الفترة $[-8,8]$

$\int_{-8}^8 x\sqrt{64-x^2}\,dx = 2\int_0^8 x\sqrt{1-x^2}\,dx = \frac{512}{3}$ (وحدة مربعة)

(27) لاحظ أن كل فترة هي يوم واحد = 24 ساعة

تقدير أعلى:

$24(0.020 + 0.021 + 0.023 + 0.025 + 0.028 + 0.031 + 0.035) = 4.392\ L$

تقدير أدنى: $24(0.019 + 0.020 + 0.021 + 0.023 + 0.025 + 0.028 + 0.031) = 4.008\ L$

(28) $\int_{-4}^4 f(x)dx = \int_{-4}^0 f(x)dx + \int_0^4 f(x)dx = \int_{-4}^0 (x-2)dx + \int_0^4 x^2\,dx$

$= \left[\frac{1}{2}x^2 - 2x\right]_{-4}^0 + \left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^4 = [0-16] + \left[\frac{64}{3} - 0\right] = \frac{16}{3}$

(29) لتكن: $f(x) = \sqrt{1 + \sin^2 x}$

$\max f = \sqrt{2}$ حيث إن $\max \sin^2 x = 1$

$\min f = 1$ حيث إن $\sin^2 x = 0$

$$(\min f)(1 - 0) \le \int_0^1 \sqrt{1 + \sin^2 x}\, dx \le (\max f)(1 - 0)$$

$$0 < 1 \le \int_0^1 \sqrt{1 + \sin^2 x}\, dx \le \sqrt{2}$$

(30) (أ) $av(y) = \frac{1}{4 - 0}\int_0^4 \sqrt{x}\, dx = \frac{1}{4}\left[\frac{2}{3}x^{3/2}\right]_0^4 = \frac{1}{4}\left(\frac{16}{3} - 0\right) = \frac{4}{3}$

(ب) $av(y) = \frac{1}{a - 0}\int_0^a a\sqrt{x}\, dx = \frac{1}{a}\left[\frac{2}{3}ax^{3/2}\right]_0^a = \frac{2}{3}a^{3/2}$

(31) $\frac{dy}{dx} = \sqrt{2 + \cos^3 x}$

(32) $\frac{dy}{dx} = \sqrt{2 + \cos^3(7x^2)}\frac{d}{dx}(7x^2) = 14x\sqrt{2 + \cos^3(7x^2)}$

(33) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(-\int_1^x \frac{6}{3 + t^4}\, dt\right) = -\frac{6}{3 + x^4}$

(34) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\int_0^{2x} \frac{1}{t^2 + 1}dt - \int_0^x \frac{1}{t^2 + 1}dt\right) = \frac{1}{(2x)^2 + 1}2 - \frac{1}{x^2 + 1} = \frac{2}{4x^2 + 1} - \frac{1}{x^2 + 1}$

(35) $c(x) = \int_{25}^x \frac{2}{\sqrt{t}}dt + 50 = [4t^{1/2}]_{25}^x + 50$

$= 4\sqrt{x} - 20 + 50 = 4\sqrt{x} + 30$

$c(2500) = 4\sqrt{2500} + 30 = 230$

مجموع تكلفة طباعة 2500 نسخةً هو 230 درهمًا.

(36) $av(I) = \frac{1}{14}\int_0^{14}(600 + 600t)dt$

$= \frac{1}{14}[600t + 300t^2]_0^{14} = 4800$

المتوسط اليومي لقائمة السلع هو 4800 نوعًا.

$c(t) = 4I(t) = 4(600 + 600t)$

$= 2400 + 2400t$

$av(c) = \frac{1}{14}\int_0^{14}(2400 + 2400t)dt = \frac{1}{14}(2400t + 1200t^2)\Big]_0^{14}$

$= \frac{268\,800}{14} = \text{AED } 19\,200$

المتوسط اليومي للتكلفة هو 200 19 درهمًا.

نستطيع القول أيضًا $19\,200 = 4800 \times 4$

$$\textbf{(37)}\ \int_0^x (t^3 - 2t + 3)dt = \left[\frac{1}{4}t^4 - t^2 + 3t\right]_0^x$$
$$= \frac{1}{4}x^4 - x^2 + 3x$$
$$\frac{1}{4}x^4 - x^2 + 3x = 4$$
$$\frac{1}{4}x^4 - x^2 + 3x - 4 = 0$$
$$x^4 - 4x^2 + 12x - 16 = 0$$

باستخدام آلة حاسبة بيانيّة، $x \approx -3.09131$ أو، $x \approx 1.63052$

(38) (أ) صحيحة، لأن، $g'(x) = f(x)$

(ب) صحيحة، لأن، g قابلة للاشتقاق.

(جـ) صحيحة، لأن، $g'(1) = f(1) = 0$

(د) خطأ، لأن، $g''(1) = f'(1) > 0$

(هـ) صحيحة، لأن، $g'(1) = f(1) = 0$ و $g''(1) = f'(1) > 0$

(و) خطأ، لأن، $g''(1) = f'(1) \neq 0$

(ز) صحيحة، لأن، $g'(x) = f(x)$ و f هي دالة متزايدة تتضمن النقطة $(1, 0)$

$$\textbf{(39)}\ \int_0^1 \sqrt{1 + x^4}\, dx = F(1) - F(0)$$

$$\textbf{(40)}\ y(x) = \int_5^x \frac{\sin t}{t} dt + 3$$

(41) الرسم البياني (b).

$$y = \int_1^x 2t\, dt + 4 = [t^2]_1^x + 4 = (x^2 - 1) + 4 = x^2 + 3$$

الوحدة الرابعة