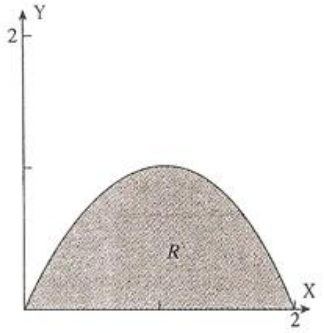
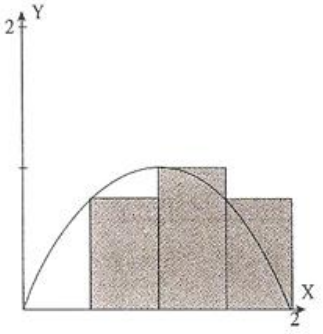
1. (أ)



(ب)

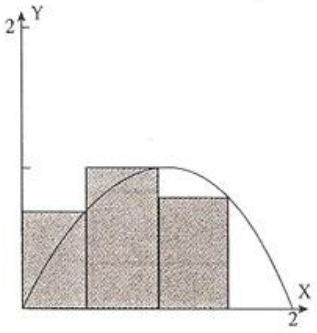


$$\Delta x = \frac{1}{2}$$

LRAM:

$$\left[2(0)-(0)^2\right]\left(\frac{1}{2}\right)+\left[2\left(\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]\left(\frac{1}{2}\right)+\left[2(1)-(1)^2\right]\left(\frac{1}{2}\right)+\left[2\left(\frac{3}{2}\right)-\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{4}=1.25$$

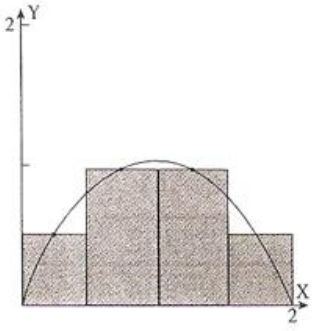
(2) (a)



RRAM:

$$\left[2\left(\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]\left(\frac{1}{2}\right)+\left[2(1)-(1)^2\right]\left(\frac{1}{2}\right)+\left[2\left(\frac{3}{2}\right)-\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]\left(\frac{1}{2}\right)+\left[2(2)-(2)^2\right]\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{4}=1.25$$

(b)



MRAM:

$$\left[2\left(\frac{1}{4}\right)-\left(\frac{1}{4}\right)^2\right]\left(\frac{1}{2}\right)+\left[2\left(\frac{3}{4}\right)-\left(\frac{3}{4}\right)^2\right]\left(\frac{1}{2}\right)+\left[2\left(\frac{5}{4}\right)-\left(\frac{5}{4}\right)^2\right]\left(\frac{1}{2}\right)+\left[2\left(\frac{7}{4}\right)-\left(\frac{7}{4}\right)^2\right]\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{11}{8}=1.375$$

(3)

n	$LRAM_n$	$MRAM_n$	$RRAM_n$
10	1.32	1.34	1.32
50	1.3328	1.3336	1.3328
100	1.3332	1.3334	1.3332
500	1.333328	1.333336	1.333328

(4) المساحة $1.\overline{333} = \frac{4}{3}$

(5)

n	$LRAM_n$	$MRAM_n$	$RRAM_n$
10	12.645	13.4775	14.445
50	13.3218	13.4991	13.6818
100	13.41045	13.499775	13.59045
500	13.482018	13.499991	13.518018

تقدير المساحة هو 13.5

(6)

n	$LRAM_n$	$MRAM_n$	$RRAM_n$
10	1.16823	1.09714	1.03490
50	1.11206	1.09855	1.08540
100	1.10531	1.09860	1.09198
500	1.09995	1.09861	1.09728
1000	1.09928	1.09861	1.09795

تقدير المساحة هو 1.0986

(7)

n	$LRAM_n$	$MRAM_n$	$RRAM_n$
10	0.98001	0.88220	0.78367
50	0.90171	0.88209	0.86244
100	0.89190	0.88208	0.87226
500	0.88404	0.88208	0.88012
1000	0.88306	0.88208	0.88110

تقدير المساحة هو 0.8821

(8)

n	$LRAM_n$	$MRAM_n$	$RRAM_n$
10	1.98352	2.00825	1.98352
50	1.99934	2.00033	1.99934
100	1.99984	2.00008	1.99984
500	1.99999	2.00000	1.99999

تقدير المساحة هو 2

(9) LRAM: $1\times(0+12+22+10+5+13+11+6+2+6)=87\text{ in}=7.25\text{ ft}$

RRAM: $1\times(12+22+10+5+13+11+6+2+6+0)=87\text{ in}=7.25\text{ ft}$

(10) LRAM: $300(1+1.2+1.7+\ldots+1.2)=5220\text{m}$

RRAM: $300(1.2+1.7+2.0+\ldots)=4920\text{m}$

(11) LRAM: $10\times(0+44+15+\ldots+30)=3490\text{ ft}$

RRAM: $10\times(44+15+35+\ldots+35)=3840\text{ ft}$

المعدل $\dfrac{3490\text{ ft}+3840\text{ ft}}{2}=3665\text{ ft}$

(12) (أ) RRAM: $0.001(0+40+62+\ldots+137)=0.898\text{ mi}$

RRAM: $0.001(40+62+82+\ldots+142)=1.04\text{ mi}$

المعدل $=0.969\text{ mi}$

(ب) نقطة منتصف الطريق هي 0.4845 mi.معدل LARM وRRAM هو 0.4460 عند 0.006 h و0.5665 عند 0.007 h قدر أنها تستغرق $0.006\text{ h}=21.6\text{ sec}$. المسافة التي قطعتها هي 116 mph

(13) (أ) استخدم الـ LRAM مع $\pi(16-x^2)$. $S_8\approx 146.08406$، S_8 أعلى تقديرًا لأن كل مستطيل أعلى من المنحنى.

(ب) $\dfrac{|V-S_8|}{V}\approx 0.09=9\%$

(14) (أ) استخدم ال RRAM مع $\pi(16-x^2)$. $S_8\approx 120.95132$، S_8 أقل تقديرًا لأن كل مستطيل تحت المنحنى

(ب) $\dfrac{|V-S_8|}{V}\approx 0.10=10\%$

(15) (أ) استخدم ال LRAM مع $\pi(64-x^2)$ على الفترة [4, 8]. $n=8$. $S\approx 372.27873\text{ m}^3$

(ب) $\dfrac{|V-S_8|}{V}\approx 0.11=11\%$

(16) (أ) $(5)(6.0+8.2+9.1+\ldots+12.7)(30)\approx 15\,465\text{ ft}^3$

(ب) $(5)(8.2+9.1+9.9+\ldots+13.0)(30)\approx 16,515\text{ ft}^3$

(17) استخدم الـ LRAM مع πx على الفترة [0, 5]. $n=5$

$1(0+\pi+2\pi+3\pi+4\pi)=10\pi\approx 31.41593$

(18) استخدم الـ MRAM مع πx على الفترة [0, 5]. $n=5$

$1\left(\frac{1}{2}\pi+\frac{3}{2}\pi+\frac{5}{2}\pi+\frac{7}{2}\pi+\frac{9}{2}\pi\right)=\frac{25}{2}\pi\approx 39.26991$

(19) (أ) LRAM:

$$32.00 + 19.41 + 11.77 + 7.14 + 4.33 = 74.65 \text{ ft/sec}$$

(ب) RRAM:

$$19.41 + 11.77 + 7.14 + 4.33 + 2.63 = 45.28 \text{ ft/sec}$$

(جـ) التقديرات الأعلى للسرعة هي: 32.00 ft/sec للثانية الأولى،

$32.00 + 19.41 = 51.41 \text{ ft/sec}$ للثانية الثانية

و $32.00 + 19.41 + 11.77 = 63.18 \text{ ft/sec}$ للثانية الثالثة

بالتالي، تقدير أعلى للمسافة المقطوعة هو: $32.00 + 51.41 + 63.18 = 146.59 \text{ ft}$

(20) (أ) $400 \text{ ft/sec} - (5 \text{ sec})(32 \text{ ft/sec}^2) = 240 \text{ ft/sec}$

(ب) استخدم RRAM مع $n = 5400 - 32x$، على الفترة $[0, 5]$ $368 + 336 + 304 + 272 + 240 = 1520 \text{ ft}$

(21) (أ) أعلى تقدير هو $70 + 97 + 136 + 190 + 265 = 758 \text{ gal}$

أدنى تقدير هو $50 + 70 + 97 + 136 + 190 = 543 \text{ gal}$

(ب) أعلى تقدير هو $70 + 97 + 136 + 190 + 265 + 369 + 516 + 720 = 2363 \text{ gal}$

أدنى تقدير هو $50 + 70 + 97 + 136 + 190 + 265 + 369 + 516 = 1693 \text{ gal}$

(جـ) $25000 - 2363 = 22637$

(أسوأ حالة) $\frac{22\,637}{720} \approx 31.44\ h$

$25\,000 - 1693 = 23\,307 \text{ gal}$

(أفضل حالة) $\frac{23\,307}{720} \approx 32.37\ h$

(22) (أ) حيث إن معدل الملوثات الناتجة في تزايد، تقدير أعلى معطى باستخدام البيانات نهاية كل شهر (المستطيلات لجهة اليمين)، يصبح التقدير الأعلى، عندما نقدر بأنه تم تركيب أجهزة غسل الغاز الجديدة قبل بداية شهر كانون الثاني: $30(0.20 + 0.25 + 0.27 + 0.34 + 0.45 + 0.52) \approx 60.9 \text{ tons}$ من الملوثات. التقدير الأدنى حسب بيانات نهاية شهر يونيو (المستطيلات لجهة اليسار). ما من بداية شهر كانون الثاني، لكننا نعلم بأنه تم التخلص من الملوثات حسب معدل جهاز غسل الغاز الجديد ليوم 0.05t، إذًا قد نستخدم هذه القيمة.

التقدير الأدنى $= 30(0.05 + 0.20 + 0.25 + 0.27 + 0.34 + 0.45) \approx 46.8 \text{ tons}$ من الملوثات.

(ب) باستخدام المستطيلات لجهة اليسار، معدل الملوثات الناتجة لنهاية شهر أكتوبر، هو:

$$30(0.05 + 0.20 + 0.25 + 0.27 + 0.34 + 0.45 + 0.52 + 0.63 + 0.70 + 0.81) \approx 126.6 \text{ tons}$$

بالتالي مع نهاية شهر أكتوبر تمّ إطلاق مجموع 125 tons من الملوثات في الجو.