دولة الإمارات العربية المتحدة
وزارة التـــربية والتـــعـلـيـم
إدارة التقويم والامتـحـــانـــات

المـــادة : رياضيات
عدد الصفحات : (6)
زمن الإجابة :

تدريب على امتحان الفصل الدراسي الثاني للصف الثاني عشر / القسم الأدبي للعام الدراسي 2012/2011

نموذج إجابة

السؤال الأول

أولاً : لتكن الدالة $g(x)=5+12x-x^3$ **معرفة على الفترة** $[-4,5]$

(1) أوجد مشتقة الدالة $g(x)$.

$$g'(x)=12-3x^2$$

(2) عين أصفار المشتقة $g'(x)$.

لإيجاد أصفار المشتقة نساوي المشتقة بالصفر أي $g'(x)=0$ ،

$$12-3x^2=0 \rightarrow 3x^2=12 \rightarrow x^2=4 \rightarrow x=\pm 2$$

(3) حدد فترات التزايد وفترات التناقص للدالة $g(x)$.

الفترات	$]-4,-2[$	$]-2,2[$	$]2,5[$
$g'(x)$	- (سالب)	+ (موجب)	- (سالب)
$g(x)$	متناقصة	متزايدة	متناقصة

فترات التزايد $[-2,2]$

فترات التناقص $[-4,-2],[2,5]$

(4) أوجد القيم القصوى المحلية للدالة $g(x)$ ، **وبين نوعها .**

$g(-2)=5+12(-2)-(-2)^3=-11$ **قيمة صغرى محلية .** $g(2)=5+12(2)-(2)^3=21$ **قيمة عظمى محلية .**

ثانياً :

(5) إذا كانت $f(x)=x^3-3x^2+4$ **، أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة** $f(x)$ **على الفترة** $[-2,5]$ **وبين نوع كل منها .**

لإيجاد القيم القصوى المطلقة : نجد المشتقة $f'(x)=3x^2-6x$ **، ثم نساويها بالصفر لإيجاد أصفار المشتقة بحل المعادلة**

$f'(x)=0 \leftarrow 3x^2-6x=0 \leftarrow 3x(x-2)=0 \leftarrow x=0, x=2$.

نحسب قيمة الدالة عند كل من $x=0, x=2, x=-2, x=5$ **، فيكون**

$f(0)=4$, f(2)=0 , f(-2)= -16 , f(5)=54 **، ومنه نجد أن القيمة العظمى المطلقة للدالة = 54**

القيمة الصغرى المطلقة للدالة = -16

(6) ينتج مصنع قطع غيار لأجهزة التلفزيون من نوع معين ، فإذا كان إيراده السنوي من بيع صنف من هذه القطع معطى بالعلاقة : $R(x)=200x-x^2$ **، حيث** x **عدد القطع المباعة ،** $0 \le x \le 200$ **،** $R(x)$ **الأيراد بالدرهم .**
حدد الفترة التي يكون فيها الأيراد متزايداً .

- **نجد المشتقة** $R'(x)$ **:** $R'(x)=200-2x$ **نجد أصفار المشتقة بحل المعادلة** $R'(x)=0 \leftarrow 200-2x=0 \leftarrow x=100$ **. ندرس إشارة المشتقة**

الفترات	]0,100[	]100,200[
$R'(x)$	+	–
$R(x)$	متزايدة	متناقصة

الأيراد متزايداً على الفترة $[0,100]$.

**** ينتج مصنع شاشات تلفزيونية كبيرة ، فإذا كان الربح الشهري لهذا المصنع يعطى بالعلاقة :**

$P(x)=1000x-5x^2-20000$ **، حيث** x **عدد الشاشات المباعة** $0 \le x \le 175$ **،** $P(x)$ **بالدرهم .**

فأوجد :

(7) ربح المصنع إذا باع 40 شاشة . $P(40)=12000$ **درهم**

(8) عدد الشاشات التي يجب أن يبيعها المصنع لتحقيق أكبر ربح .

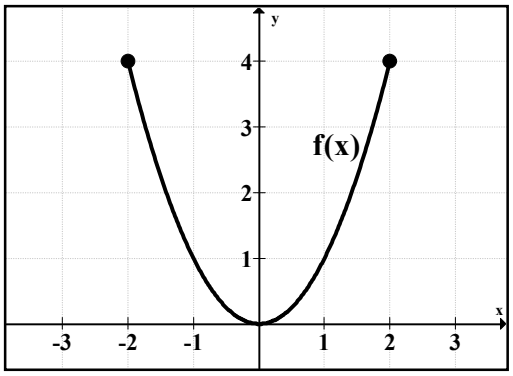
- **نجد المشتقة** $P'(x)$ $\leftarrow P'(x)=1000-10x \leftarrow$ **نحل المعادلة** $P'(x)=0 \leftarrow 1000-10x=0 \leftarrow x=100$

$\leftarrow$ **نحسب قيمة الدالة عند كل من** $x=100$, x=0 , $x=175$ **. فيكون**

$P(100)=30000, P(0)=-20000, P(175)=1875$ **، ومنه عدد الشاشات المباعة لتحقيق أكبر ربح = 100 شاشة.**

يتبع ← 3

ثالثاً : بالأعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ على $[-2,2]$ ،
أكمل كلاً مما ياتي لتحصل على عبارة صحيحة .

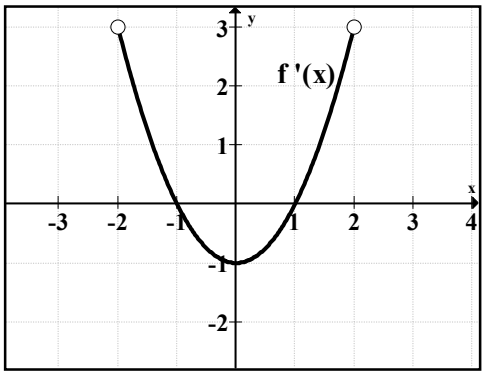


(9) الدالة $f(x)$ متزايدة على الفترة .... $[0,2]$

(10) الدالة $f(x)$ متناقصة على الفترة ... $[-2,0]$

(11) للدالة $f(x)$ قيمة صغرى محلية عند $x = 0$.

(12) للدالة $f(x)$ قيمة صغرى مطلقة عند $x = 0$



** لتكن $f(x):[-2,2] \to R$

والشكل المجاور يمثل بيان $f'(x)$ (مشتقة الدالة $f(x)$) . فإن

(13) الفترة التي تكون فيها الدالة $f(x)$ متناقصة هي $[-1,1]$

(14) للدالة $f(x)$ قيمة عظمى محلية عند $x = -1$

(15) حل المعادلة $f'(x) = 0 \leftarrow$ $x = \pm 1$

(16) الفترة التي تكون فيها الدالة $f(x)$ متزايدة هي $[-2,-1],[1,2]$

السؤال الثاني

أولاً : (17) بين أن الدالة $N(x) = \frac{2}{x} + 3$ هي دالة مقابلة للدالة $f(x) = \frac{-2}{x^2}$ ، حيث $x > 0$.

- **نوجد $N'(x)$ ونقارنها بالدالة $f(X)$ فيكون :**

$$N'(x) = \frac{-2}{x^2} = f(x)$$

وعليه فإن $N(x)$ دالة مقابلة للدالة $f(x)$ لكل $x > 0$.

يتبع ← 4

ثانياً : أوجد التكاملات التالية :

(18) $\int (5x^4+\sqrt{x}-1)dx = \int (5x^4+x^{1/2}-1)dx = x^5+\frac{2}{3}x^{3/2}-x+c$

(19) $\int (x-3)(3x+5)dx = \int (3x^2-4x-15)dx = x^3-2x^2-15x+c$

(20) $\int (x+\frac{1}{x^2})dx = \int (x+x^{-2})dx = \frac{x^2}{2}+\frac{x^{-1}}{-1}+c = \frac{1}{2}x^2-\frac{1}{x}+c$

(21) $\int \frac{x^4+x^3-2}{x^3}dx = \int (x+1-2x^{-3})dx = \frac{x^2}{2}+x-2\frac{x^{-2}}{-2}+c = \frac{1}{2}x^2+x+\frac{1}{x^2}+c$

ثالثاً : أوجد قيمة كلاً من التكاملات التالية :

(22) $\int_1^4 (2x+\frac{1}{2\sqrt{x}})dx = \int_1^4 (2x+\frac{1}{2}x^{-1/2})dx = \left[x^2+x^{1/2}\right]_1^4 = (18)-(2) = 16$

(23) $\int_0^{32} \sqrt[5]{x^2}dx = \int_0^{32} x^{2/5}dx = \left[\frac{5}{7}x^{\frac{7}{5}}\right]_0^{32} = \frac{640}{7} \cong 91.4$

السؤال الثالث

أولاً : (24) إذا كان $\int_1^5 f(x)dx = 7, \int_1^5 g(x)dx = -3$ **، فأوجد** $\int_1^5 (2f(x)-4g(x)+1)dx$.

* $2\int_1^5 f(x)dx - 4\int_1^5 g(x)dx + \int_1^5 1dx = 2(7)-4(-3)+4 = 30$

(25) إذا كان $\int_2^3 g(x)dx = 5$ **، فأوجد** $\int_3^2 (4g(x)-2x)dx$.

* $4\int_3^2 g(x)dx - \int_3^2 2xdx = 4(-5)+5 = -15$

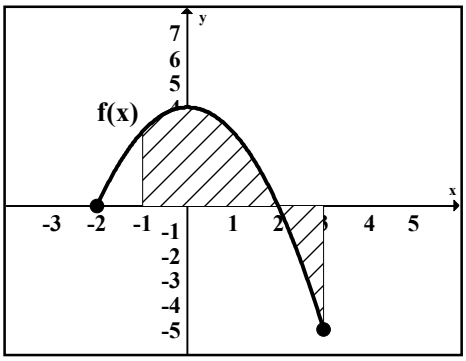
(26) إذا كان $\int_0^1 (3x^2-K)dx = 4$ **، فأوجد قيمة الثابت** K .

* $\left[x^3-Kx\right]_0^1 = 4 \rightarrow 1-K = 4 \rightarrow K = -3$

يتبع ← 5

ثانياً : إعتماداً على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة

$f(x)=4-x^2$.



(27) ظلل المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة $f(x)$

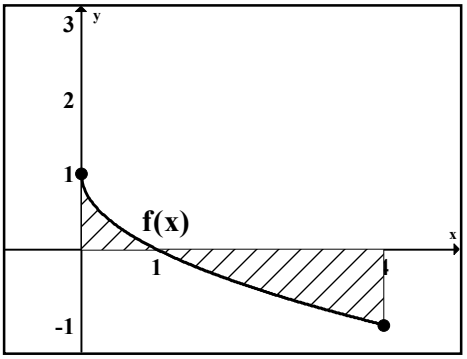
ومحور السينات والمستقيمين $x=3, x=-1$.

أنظر الشكل ←

(28) أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة

$f(x)=1-\sqrt{x}$ **ومحور السينات**

والمستقيمين $x=4, x=0$.



مساحة المنطقة A :

$$A=\int_0^1(1-\sqrt{x})dx-\int_1^4(1-\sqrt{x})dx$$

$$=\left[x-\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\right]_0^1-\left[x-\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\right]_1^4=\left(\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{-5}{3}\right)=2$$

يتبع ←6

ثالثاً : أكمل كلاً مما يأتي لتحصل على عبارة صحيحة في كل منها :

(29) إذا كانت $g'(x)>0$ **. لكل** x **، حيث** $x\in]1,5[$ **. فأن الدالة** $g(x)$ **تكون متزايدة على** $[1,5]$ **.**

(30) إذا كانت $N(x)=3x^2+2x$ **هي دالة مقابلة للدالة المتصلة** $f(x)$ **على** $[0,1]$ **، فإن**

$$\int_0^1 f(x)dx = \left[N(x)\right]_0^1 = N(1)-N(0) = 5-0 = 5$$

(31) إذا كان $\int_3^1 f(x)dx = -2$ **، فأن قيمة** $\int_1^3 2f(x)dx = 2\int_1^3 f(x)dx = 2(2) = 4$

(32) إذا كان $\int_0^3 f(x)dx = 4, \int_3^0 g(x)dx = -1$ **. فإن**

$$\int_0^3 (f(x)-g(x))dx \Rightarrow \int_0^3 f(x)dx - \int_0^3 g(x)dx = (4)-(1) = 3$$

(33) $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}}dx = \int_1^4 x^{\frac{-1}{2}}dx = \left[2x^{\frac{1}{2}}\right]_1^4 = 2(2)-2(1) = 2$

(34) $\int_{-1}^{-1} (\sqrt{x}+5)dx = 0$

(35) $\int \sqrt[3]{x}\,dx = \int x^{\frac{1}{3}}dx = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}+c$

انتهت الأسئلة