1 اذا كانت للدالة : $f(x) = 2x\sqrt{4-x}$ أوجد :-

a) النقاط الحرجة للدالة f(x) (الإجابة : $\frac{8}{3}$)

b) فترات التزايد والتناقص للدالة (الإجابة : التزايد $(-\infty, \frac{8}{3}]$ والتناقص $[\frac{8}{3}, 4]$)

c) القيم القصوى المحلية ونوعها (الإجابة : قص $x = 4$, قع $x = \frac{8}{3}$)

d) القيم القصوى المطلقة ونوعها (الإجابة : قص لايوجد , قع $x = \frac{8}{3}$)

e) فترات التقعر لأعلى ولإسفل (الإجابة : لأعلى لايوجد ولأسفل $(-\infty, 4)$)

f) نقاط الإنقلاب (الإجابة : لا يوجد)

محمد عبد الحميد الطحاوي

2 اذا كانت للدالة : $f'(x) = x(x-1)(x+2)$ أوجد

a) النقاط الحرجة للدالة $f(x)$ (الإجابة : 2- , 1 , 0)

b) فترات التزايد والتناقص للدالة (الإجابة : التزايد $(-2,0]$, $[1,\infty)$والتناقص $[0,1]$, $(-\infty,-2]$)

c) القيم القصوى المحلية ونوعها (الإجابة : قص$x = -2,1$, قع $x = 0$)

3 اذا كانت الدالة : $f(x) = sin2x \quad , \quad x \in [0, \pi]$

a) النقاط الحرجة للدالة $f(x)$ (الإجابة : $x = \frac{\pi}{4} , \frac{3\pi}{4}$)

b) فترات التزايد والتناقص للدالة (الإجابة : التزايد$[\frac{3\pi}{4}, \pi]$, $[0, \frac{\pi}{4}]$ والتناقص$[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$)

c) القيم القصوى المطلقة ونوعها (الإجابة : قص $x = \frac{3\pi}{4}$ وقع $x = \frac{\pi}{4}$)

d) فترات التقعر لأعلى ولإسفل (الإجابة : لأعلى $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ ولأسفل $(0, \frac{\pi}{2})$)

e) نقاط الإنقلاب (الإجابة : $(\frac{\pi}{2}, 0)$)

محمد عبد الحميد الطحاوي

4 لتكن $f(x)=-x^3+\frac{3}{2}x^2+18x$ أوجد :

a) النقاط الحرجة للدالة f(x) (الإجابة : 3 , 2 -)

b) فترات التزايد والتناقص للدالة (الإجابة : التزايد [-2,3] والتناقص $(-\infty,-2]$, $[3,\infty)$)

c) القيم القصوى المحلية ونوعها (الإجابة : قص$2-=x$ وقع $x=3$)

d) فترات التقعر لأعلى ولإسفل (الإجابة : لأعلى$(-\infty,\frac{1}{2})$ ولأسفل$(\frac{1}{2},\infty)$)

e) نقاط الإنقلاب (الإجابة: $(\frac{1}{2},\frac{37}{4})$)

محمد عبدالحميد الطحاوي

5 لتكن $f(x)$ دالة متصلة على الفترة $[-1,3]$ حيث

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3 & -1 \le x < 1 \\ 3x + 2 & 1 \le x \le 3 \end{cases}$$

أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة f... وبين نوعها ؟

(الإجابة : قص $x = 0$ وقع $x = 3$)

6 إذا كانت $g(x) = x^3 + bx^2 + 1$ عين قيمة الثابت b في الحالتين :

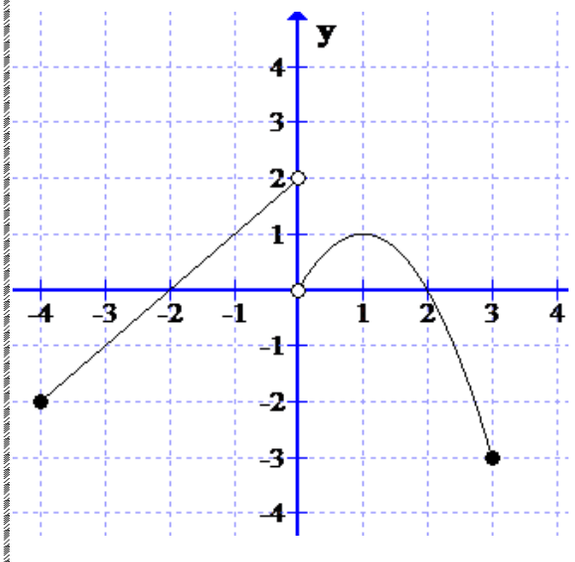
a) للدالة قيمة عظمى محلية عند $x = 2$

b) للدالة نقطة انقلاب عند $x = -2$

(الإجابة : $b = -3$ و $b = 6$)

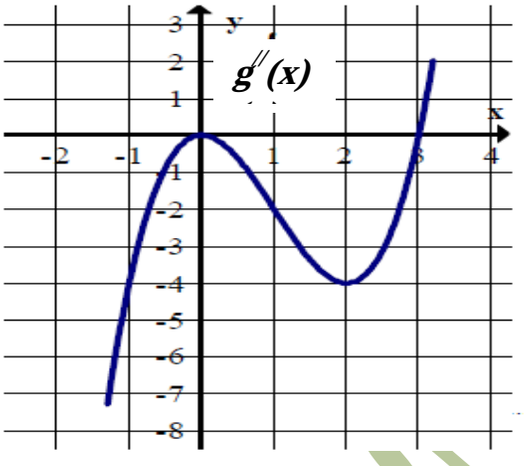
محمد عبد الحميد الطحاوي

7 الشكل المجاور يمثل بيان مشتقة الدالة $f(x)$ على الفترة $[-4,3]$ أكمل العبارات الآتية لتحصل على عبارة صحيحة :-



1) مجموعة حل المعادلة $f'(x)=0$ أو $f'(x)$ غير موجودة هي .....
2) الفترات التي تكون فيها الدالة متناقصة هي .....
3) للدالة $f(x)$ قيمة صغرى محلية عند x = ...
4) للدالة $f(x)$ قيمة عظمى محلية عند x = ...
5) الفترات التي تكون فيها الدالة متزايدة هي .....
6) الفترات التي تكون فيها الدالة مقعرة لأسفل هي .....
7) نقاط الانقلاب للدالة هي .....

8 الشكل المجاور يمثل بيان المشتقة الثانية الدالة $g(x)$ على R أكمل العبارات الآتية لتحصل على عبارة صحيحة :-

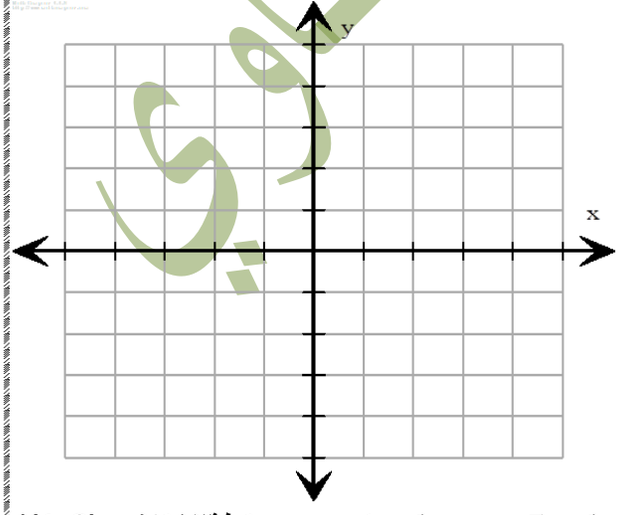


1) مجموعة حل المعادلة $g''(x)=0$ هي .....
2) الفترات التي تكون فيها الدالة مقعرة لأعلى هي .....
3) الفترات التي تكون فيها الدالة مقعرة لأسفل هي .....
4) نقاط الانقلاب للدالة $g(x)$ عند x .....
5) الفترات التي تكون فيها الدالة $g'(x)$ متزايدة هي .....
6) للدالة $g'(x)$ قيمة صغرى محلية عند x .....

9 أوجد القيم القصوى المطلقة لـ f و قيم x المقابلة ثم أوجد نقاط الانقلاب وارسم شكلا تقريبيا للدالة f المتصلة على الفترة $[-1 , 5]$ و تحقق الأتي :-

x	-1	1	3	5
f	0	2	0	-2
f'	3	0	غير موجودة	-3
f''	-1	0	غير موجودة	0

x	-1<x<1	1<x<3	3<x<5
f	+	+	-
f'	+	-	-
f''	+	-	-



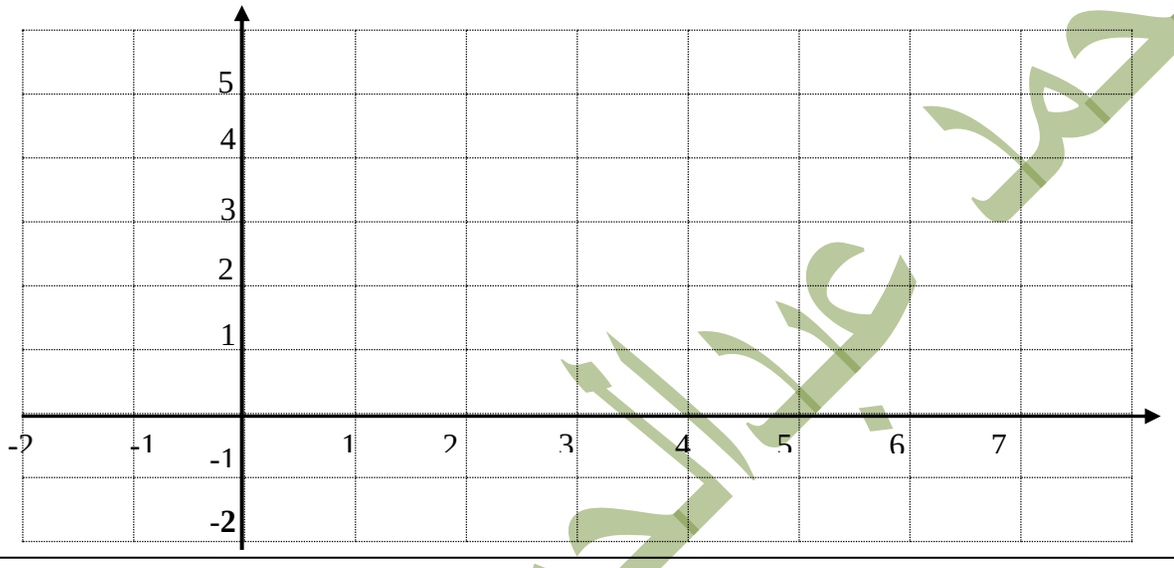
(الإجابة : قص$x = 5$, قع $x = 1$ ونقطةالانقلاب (1,2))

10 إذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على $]-\infty, 6]$ وتحقق التالي

x	o	2	6
$f(x)$	1	4	o
$f'(x)$	غير موجودة	غير موجودة	-1

الفترة	$x<$ o	o$<x<$ 2	2$<x<$6
$f'(x)$	-	+	-
$f''(x)$	o	+	o

ارسم رسما تقريبيا لبيان الدالة $f(x)$



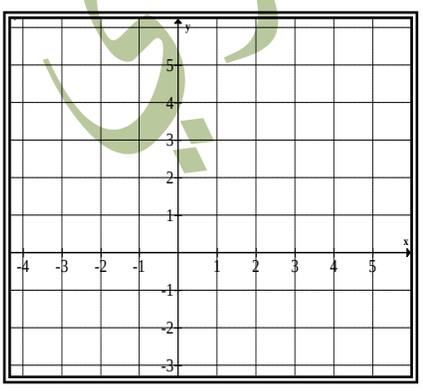
11 بفرض أن f دالة متصلة على الفترة $[-4,4]$ وإنها قابلة للاشتقاق على الفترة $(-4,4)$ والجدول التالي يعطي بعض قيم المشتقة f'

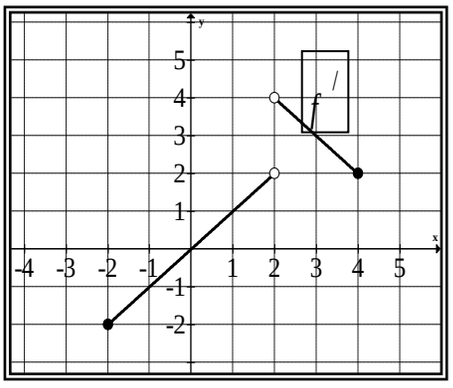
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
f'	74	39	10	-6	-14	-12	0	22	55

قدر أين تكون الدالة f متزايدة ، متناقصة ، القيم القصوى المحلية

(الإجابة : متزايدة $[2,4]$, $[-4,-1.5]$ ومتناقصة $[-1.5,2]$قص$x=-4,2$ وقع $x=-1.5,4$)

12 الشكل المرسوم جانباً يمثل بيان مشتقة الدالة f حيث f متصلة .





أوجـــــد :

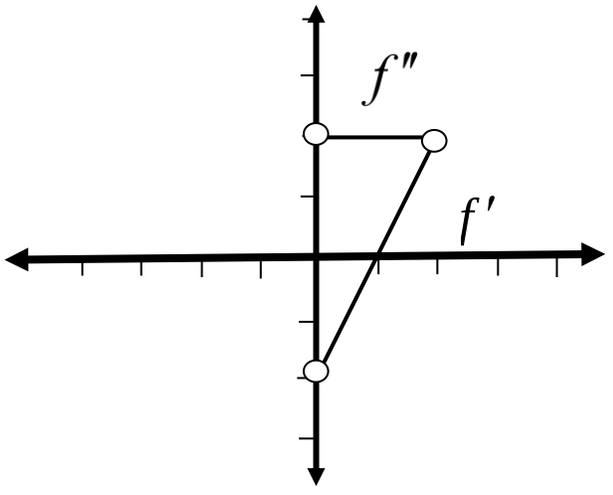
1) فترات التقعر لأعلى للدالة f .

2) أوجد نقطة الانقلاب .

3) ارسم $f''(x)$.

(الإجابة :التقعر لأعلى(2,-2) ونقطة الانقلاب $(2, f(2))$)

13 الشكل المجاور يمثل منحنى f' ، f'' للدالة f المعرفة على الفترة $[0,2]$ اعتمد على الشكل المجاور للإجابة عما يلي :



1 . فترات التزايد والتناقص

2. فترات التقعر

(الإجابة : متزايدة [1,2] ومتناقصة [0,1] التقعرلأعلى (0,2) ولأسفل لايوجد)

14 لتكن الدالة $f(x) = x^2 + 2x - 1$, [a,b] = [0,2]

1. اثبت أن الدالة f تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة المعطاة [a,b],
2. أوجد قيمة c في الفترة (a , b) التي تحقق المعادلة
3. معادلة الوتر AB الذي يمر بالنقطتين A (0,f(0)) , B (2,f(2))

(الإجابة : c = 1 ومعادلة الوتر $y = 4x - 2$)

15 إذا كانت $f(x) = x^2 + ax$ (a ثابت) تحقق نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0,3]$ وكان $f'(c) = 1$ حيث $c \in (0,3)$ أوجد :

1) قيمة الثابت a .

2) قيمة الثابت c .

(الإجابة : $c = \frac{3}{2}$ و $a = -2$)

محمد عبد الحميد الطحاوي

16 **اذا كانت الدالة تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على [1 , 3] أوجد a , b**

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+2x & 1 \le x < 2 \\ x^3-bx+12 & 2 \le x \le 3 \end{cases}$$

(الإجابة : $a=1$ و $b=6$)

17 لتكن الدالة $f(x)=\sqrt{3-2x-x^2}$, [a,b] = [-3 ,1]

1. اثبت أن الدالة f تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة المعطاة [a,b],
2. أوجد قيمة c في الفترة (a , b) التي تحقق المعادلة
3. معادلة المماس لمنحنى الدالة عند c وفسر هندسيا العلاقة بين هذا المماس وبين الوتر AB

(الإجابة : $c=-1$ ومعادلة المماس $y=2$)

محمد عبد الحميد الطحاوي

18 يتحرك جسيم على خـــط مستقيم وفق دالـــــة الموقـــع

$$S(t) = t^3 - 12t + 3 \quad , \quad t \geq 0$$

استخدم طـــرقاً تحليلية لإيجاد الفترات التاليـــــــة .

a) التي يتحرك فيها الجسم نحو اليمين (الإجابة : $[0,2)$)
b) التي يتحرك فيها الجسم نحو اليسار (الإجابة : $(2,\infty)$)
c) التي يكون فيها إتجاه العجلة نحو اليمين (الإجابة : $[0,\infty)$)
d) التي يكون فيها إتجاه العجلة نحو اليسار (الإجابة :لا يوجد)

تمارين على النمذجة والاوفقية

19 إذا كانت $c(x) = 3x^2 - 2x + 12$ تمثل x تكلفة الآف الوحدات المنتجة هل يوجد مستوى إنتاج يخفض التكلفة المتوسطة لأقل ما يمكن , إذا كان ذلك فما هو .

(الإجابة: $x = 2000$)

محمد عبد الحميد الطحاوي

20 يحضر أحد المختبرات حبة دواء على شكل اسطوانة دائرية قائمة ذات حجم $250\ \pi\ m\ m^3$ فإذا كان طول نصف قطر قاعدتها x وارتفاعها y حيث $2<x<8$

1) احسب y بدلالة x (الإجابة: $y=\frac{250}{x^2}$)

2) احسب A(x) المساحة الكلية بدلالة x (الإجابة : $A=\frac{500}{x}+2\pi x^2$)

3) أوجد القيمة الصغرى للدالة A (x) (الإجابة: $A=150\pi$)

21 يراد صنع صندوق مفتوح من أعلي من صفيحة معدنية مربعة الشكل طول ضلعها 12 cm وذلك بقطع أربع مربعات متطابقة عند أركانها وثني الأجزاء البارزة لأعلى اوجد طول ضلع المربع المقطوع للحصول على اكبر حجم ممكن للصندوق. (الإجابة : $x=2$)

محمد عبد الحميد الطحاوي

22 أوجد أكبر مساحة لمستطيل مرسوم داخل دائرة طول قطرها 28 cm

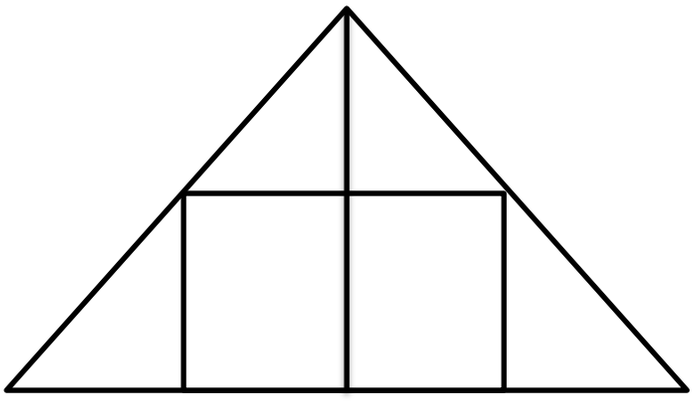
(الإجابة : 392)

23 نافذة على شكل مستطيل تعلوه نصف دائرة ينطبق قطرها على أحد بعدي المستطيل فإذا كان محيط النافذة 12 m أوجد طول نصف قطر الدائرة بدلالة π التي تسمح بدخول أكبر كمية الضوء .

(الإجابة: $r = \frac{12}{4+\pi}$)

محمد عبد الحميد الطحاوي

24 مستطيل مرسوم داخل مثلث متساوي الساقين طول قاعدته 18 cm وارتفاعه 12 cm أوجد بعدي المستطيل التي تعطي أكبر مساحة كما بالشكل



(الإجابة : 6 , 9)

25 خزان مصنوع من المعدن على شكل متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل ومفتوح من أعلى وحجمه يساوي $125m^3$ فإذا كانت تكلفة المتر المربع من القاعدة 20 درهما ومن الجوانب 10 دراهم أوجد أبعاد الخزان التي تجعل تكلفته أقل ما يمكن. (الإجابة : $x = 5 , y = 5$)

26 سلك طوله 24 cm ثني على شكل مستطيل بحيث يمر السلك على كل ضلع مرتين ما عدا ضلع واحد يمر عليه مرة واحدة فقط أوجد ابعاد المستطيل التي تجعل مساحته أكبر ما يمكن

(الإجابة :4 , 3)

محمد عبدالحميد الطحاوي

27 سلك طوله 56cm يراد تقسيمه الى مربع ومستطيل طوله ثلاثة أمثال عرضه أوجد طول ضلع المربع وعرض المستطيل التي تجعل مجموع مساحتي المربع والمستطيل أكبرمايمكن.

(الإجابة :طول ضلع المربع = 6 وعرض المستطيل = 4)

28 قطاع دائري مساحته $9\ cm^2$ أوجد طول قوسه الذي يعطي أصغرمحيط له. (علما بأن مساحة القطاع $A = \frac{1}{2}lr$)

(الإجابة : 6)

29 **يبيع مصنع (x) جهاز تلفزيون في الأسبوع بسعر التلفزيون الواحد $(400 - 8x)$ فاذا كانت التكلفة الكلية في الأسبوع هي** $c(x) = \frac{1}{4}x^2 + 37x + 600$ **أوجد عدد التلفزيونات الواجب انتاجها أسبوعيا ليكون الربح أكبر ما يمكن**

(الإجابة : $x = 22$)

محمد عبد الحميد الطحاوي

30 افترض ان $p(x) = -x^2 + 10x - 16$ تمثل الربح بآلاف الدراهم لبيع x بالمئات من أجهزة كهربائية على الفترة $[0, 10]$.

a) هل يوجد مستوى إنتاج يحقق قيمة عظمى للربح ؟ إذا كان كذلك فما هو ؟ (الإجابة : $x = 500$)

b) أوجدمستوى الإنتاج الذي يكون عنده الربح يساوي صفر؟ (الإجابة : $x = 800 , x = 200$)

تمارين على المعدلات الزمنية المرتبطة

31 خزان على شكل أسطوانة دائرية قائمة طول قطر قاعدتها 6 m به سائل يتسرب من ثقب في أسفلها بمعدل $21\ m^3/sec$ فأوجد معدل تغير ارتفاع السائل في اللحظة التي يكون فيها ارتفاع السائل في الخزان $7\ m$.

(الإجابة: $\frac{-7}{3\pi}$)

32 صفيحة مثلثة الشكل ارتفاعها يساوي طول قاعدتها تتمدد بالحرارة $2cm^2/sec$ محتفظة بشكلها فاذا كان معدل تزايد مساحة سطحها أوجد معدل تزايد طول قاعدتهاعندما يكون طول القاعدة 10 cm

(الإجابة : 0.2 cm/sec)

محمد عبدالحميد الطحاوي

33 ابحرت سفينتان من احدى الموانى في لحظة واحدة فاتجهت الاولى شرقا بسرعة 16 km/h واتجهت الثانية جنوبا بسرعة 12 km/h فما معدل ابتعاد كل منهما عن الاخربعد 1.5ساعة من لحظة إبحارهما

(الإجابة : 20 km/h)

34 يتحرك جسيم على القطع الزائد $x^2 - 18y^2 = 9$ بحيث يزداد الأحداثي y بمعدل قدره 9 وحدة في الثانية أوجد معدل تغير الأحداثي السيني عندما يكون x=9

(الإجابة : 72)

35 يضغط غاز داخل بالون كروي الشكل بمعدل $72\pi\ cm^3$ لكل ثانية، أوجد :

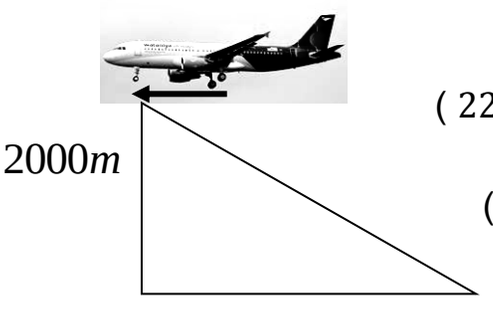
أ) معدل الزيادة في نصف قطر البالون عندما يكون طول القطر = 6 cm . (الإجابة : 2)

ب) معدل الزيادة في مساحة سطح البالون في نفس اللحظة. (الإجابة : 12π)

علما بأن (حجم الكرة $= \frac{4}{3}\ \pi\ r^3$ ، مساحة سطح الكرة $= 4\pi r^2$)

محمد عبد الحميد الطحاوي

36 تطير طائرة أفقياً في خط مستقيم من ارتفاع ثابت مقداره $2000\ m$ فوق مستوى نقطة الرصد الثابتة (a) ومبتعدة عن هذه النقطة (انظر الشكل المجاور) وفي لحظة معينة كانت زاوية ارتفاع الطائرة تساوي 30^o , وكانت سرعة الطائرة $450\ km/h$ اجب عما يلي :



(a) أوجد معدل التغير في المسافة بين الطائرة ونقطة الرصد a في تلك اللحظة (بوحدة m/s) . (الإجابة: $225\sqrt{3}$)

(b) اوجد معدل تغير زاوية ارتفاع الطائرة في نلك اللحظة (الإجابة: $\frac{-9}{160}$)

37 يتدفق الماء من خزان مياه مخروطي الشكل بمعدل $9\ m^3/\ sec$ رأسه لأسفل وقاعدته أفقية وكان طول نصف قطر قاعدته $45\ m$ وارتفاعه $6\ m$.

(a) ما سرعة هبوط مستوى سطح الماء عندما يكون عمق الماء $4\ m$ (الإجابة: $-\frac{1}{100\pi}$)

(b) ما سرعة تغير نصف قـطر سطح الماء عند هذه اللحظة ؟ (الإجابة : $\frac{-3}{40\pi}$)

محمد عبد الحميد الطحاوي

38 كرة حديدية قطرها *10 cm* مغطاة بطبقة من الشمع، فإذا كان الشمع ينصهر بمعدل $15\ cm^3/sec$.
فكم تكون سرعة تناقص الجليد عندما يكون سمكه *3 cm* ؟ وما هي سرعة تناقص مساحة السطح الخارجي للشمع في تلك اللحظة؟ (الإجابة : $\frac{-3}{20\pi}$, $\frac{-18}{5}$)

39 صفيحة معدنية مستطيلة الشكل أبعادها 18 cm , 16 cm يتزايد طولها بمعدل 1cm /min بينما يتناقص عرضها بمعدل 0.5 cm/min أوجد معدل التغير في مساحتها وطول قطرها بعد دقيقتين من تلك اللحظة
(الإجابة : 0.5 , 5)

محمد عبد الحميد الطحاوي

تمارين على القطوع المخروطية

40 أثبت أن المنحنى الذي ترسمه النقطة $A(x,y)$ والتي تبعد عن النقطة $(2,5)$ وتساوي نفس البعد عن المستقيم $y = 3$ هي معادلة قطع مكافئ

(الإجابة : $y - 4 = \frac{1}{4}(x-2)^2$)

41 أوجد المعادلة في الصورة القياسية ثم حدد الرأس والبؤرة والدليل ومحور التماثل للمعادلة

$$\frac{\sqrt{2x-1}}{y+3} = \frac{1}{4}$$

(الإجابة : $x - 2 = \frac{1}{32}(y+3)^2$ والرأس $(3, -2)$ والبؤرة $(3, -10)$ والدليل $x = -6$ ومحور التماثل $y = -3$)

42 اوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل وبؤرته هى مركز الدائرة

$$x^2 + (y-1)^2 = 25$$

(الإجابة : $y = \frac{1}{4}x^2$)

محمد عبد الحميد الطحاوي

45 أوجد المعادلة في الصورة القياسية ثم حدد الرأس والبؤرة والدليل ومحور التماثل

$$y^2 = 6y - 4x - 1$$

(الإجابة : $x - 2 = \frac{-1}{4}(y-3)^2$ والرأس $(2,3)$ والبؤرة $(1,3)$ والدليل $x = 3$ ومحور التماثل $y = 3$)

46 قذفت كرة رأسيا لأعلى من نقطة على سطح الأرض فوصل لأقصى ارتفاع لها يساوي 10m والمسافة بين نقطة القذف واصطدامها بالأرض يساوي 24m أوجد معادلة القطع وبين نوعه ودليله وبؤرته.

(الإجابة : $y - 10 = \frac{-5}{72}x^2$ والبؤرة $\left(0, \frac{32}{5}\right)$ والدليل $y = \frac{68}{5}$)

47 قطع مكافئ بؤرته (5 , -1) ودليله $y = -3$ أوجد معادلته في الصورة القياسية.

(الإجابة : $y - 1 = \frac{1}{16}(x+1)^2$)

محمد عبد الحميد الطحاوي

48 امتحان 2010 / 2011

إذا كانت المعادلة $2y + 3 = x^2 - 2x$

ضع معادلة القطع في الصورة القياسية ثم حدد إحداثيات الرأس والبؤرة ومعادلة الدليل

(الإجابة : $y + 2 = \frac{1}{2}(x-1)^2$ والرأس $(1,-2)$ **والبؤرة** $\left(1,-\frac{3}{2}\right)$ **والدليل** $y = \frac{-5}{2}$ **)**

49 قطع مكافئ يمر بالنقطة (4, 5) ورأسه (3 , 2) ومحوره يوازي محور الصادات

1. أوجد معادلته في الصورة القياسية. **(الإجابة :** $y - 3 = 2(x-2)^2$ **)**
2. أوجدإحداثيات البؤرة ومعادلة الدليل **(الإجابة :** والبؤرة $(2,\frac{25}{8})$ ومعادلة الدليل $y = \frac{23}{8}$ **)**

50 أوجد معادلة القطع المخروطي الذي ترسمه النقطة $A(x,y)$ بحيث يكون مجموع بعديها عن النقطتين الثابتتين $(0,\pm 3)$ يساوي 10

(الإجابة : $\frac{y^2}{25} + \frac{x^2}{16} = 1$**)**

محمد عبدالحميد الطحاوي

51 أوجد الصورة القياسية للمعادلة : $2x^2 + 6y^2 - 8x + 24y - 10 = 0$

ثم حدد نوع القطع ومركزه ، وبؤرته ، طرفي المحورين

(الإجابة : ناقص , المركز $(2, -2)$ البؤرتان $(2 \pm \sqrt{14}, -2)$ الأكبر $(2 \pm \sqrt{21}, -2)$ الأصغر $(2, -2 \pm \sqrt{7})$)

52 قطع ناقص مركزه (3 , 2) وإحدى بؤرتيه (3 , 7) وإحدى طرفيه (4 , 2)

أوجد معادلة القطع الناقص في الصورة القياسية

(الإجابة : $\frac{(x-2)^2}{26} + \frac{(y-3)^2}{1} = 1$)

53 قطع ناقص معادلته: $mx^2 + 9y^2 = 144$ فإذا كان البعد بين البؤرتين 10

أوجد قيمة m ثم أوجد طرفي المحور الأكبر والأصغر والبؤرتين .

(الإجابة : $m = \frac{144}{41}$ الأكبر $(\pm\sqrt{41}, 0)$ الأصغر $(0, \pm 4)$ البؤرتان $(\pm 5, 0)$)

محمد عبد الحميد الطحاوي

54 قطع ناقص معادلته $\frac{(x+1)^2}{25}+\frac{(y-2)^2}{9}=1$

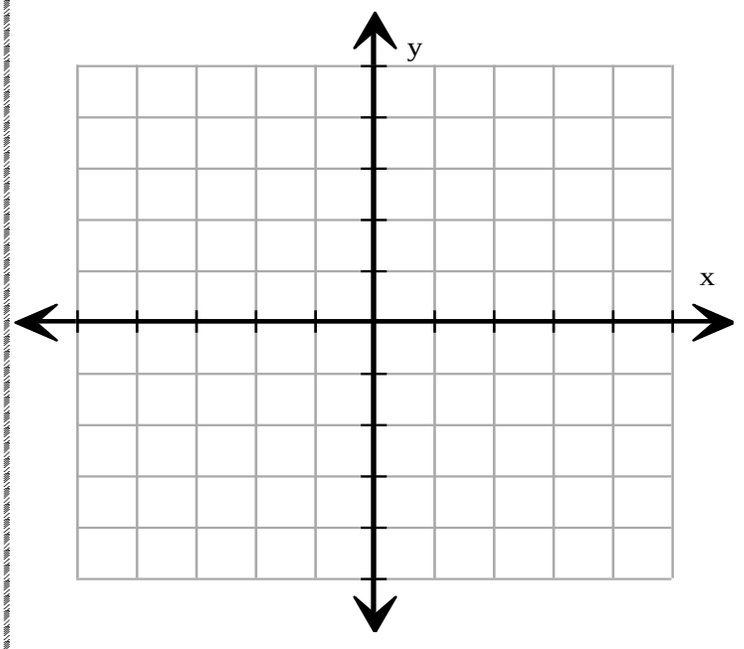
أوجد المركز . $(-1,2)$

البؤرتان . $(-5,2),(3,2)$

نقطتي طرفي المحور الأكبر . $(-6,2),(4,2)$

نقطتي طرفي المحور الأصغر . $(-1,-1),(-1,5)$

استخدم ما سبق في رسم شكلاً تقريبياً لهذا القطع .



55 أوجد الصورة القياسية لمعادلة القطع الناقص الذي فيه البؤرتان (2 , 6) ، (2 , 0) ونقطتا طرفي المحور الأصغر (4 , 3) , (0 , 3)

(الإجابة : $\frac{(y-3)^2}{13}+\frac{(x-2)^2}{4}=1$)

56 قطع مخروطي $(x-2y)(x+2y)=4$

حدد نوع القطع المخروطي ثم أوجد طرفي المحور القاطع والبؤرتين والخطين التقاربيين وارسمه

(الإجابة : زائد $\frac{x^2}{4}-y^2=1$ القاطع $(\pm2,0)$ البؤرتان $(\pm\sqrt{5},0)$ التقاربيان $y=\pm\frac{1}{2}x$)

محمد عبدالحميد الطحاوي

57 أوجد معادلة القطع الزائد في الصورة القياسية حيث نقطتا طرفي المحور القاطع هما $(-5,2)$, $(7,2)$ وميل أحد الخطين التقاربيين هو $\frac{2}{3}$

(الإجابة : $\frac{(x-1)^2}{36}-\frac{(y-2)^2}{16}=1$)

58 أوجد معادلة القطع الزائد في الصورة القياسية حيث البؤرتان هما $(2,-4)$, $(2,2)$ ونقطتا طرفي المحور القاطع هما $(2,-3)$, $(2,1)$

(الإجابة : $\frac{(y+1)^2}{4}-\frac{(x-2)^2}{5}=1$)

محمد عبد الحميد الطحاوي

59 قطع زائد مركزه نقطة الأصل ومعادلته $mx^2 - ny^2 = 144$ وطول محوره القاطع 6 وبؤرتاه تنطبقان على بؤرتي القطعين المكافئين $y^2 + 20x = 0$, $y^2 = 20x$ أوجد قيمة كل من m, n .

(الإجابة : $m = 16, n = 9$)

60 إذا علمت أن معادلة قطع زائد هي : $-x^2 + 3y^2 - 4x + 6y + 11 = 0$ أوجد معادلة القطع الزائد في الصورة القياسية ثم أوجد طرفي المحورالقاطع والبؤرتين والخطين التقاربيين .

(الإجابة : زائد $\frac{(x+2)^2}{12} - \frac{(y+1)^2}{4} = 1$ القاطع $(-2 \pm 2\sqrt{3}, -1)$ البؤرتان $(2, -1), (-6, -1)$ التقاربيان $y + 1 = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}(x + 2)$)

محمد عبدالحميد الطحاوي