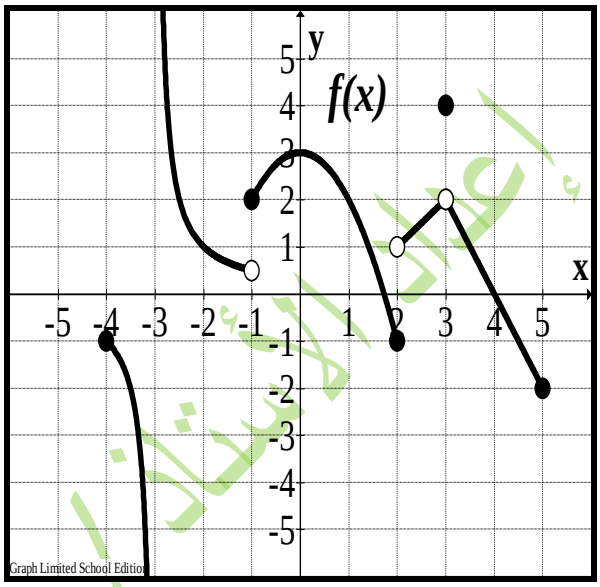
مراجعة نهائية للفصل الدراسي الأول للصف الثاني عشر العلمي

1 من خلال الشكل التالي الذي يمثل بيان الدالة f . أكمل ما يأتي:



1) $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) =$

2) $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) =$

3) $\lim\limits_{x\to 1}(2f(x) + \frac{x}{3}) =$

4) $\lim\limits_{x\to 4} \sqrt{f(x)} =$

5) $\lim\limits_{x\to 5^-} \frac{f(x)+2}{5-x} =$

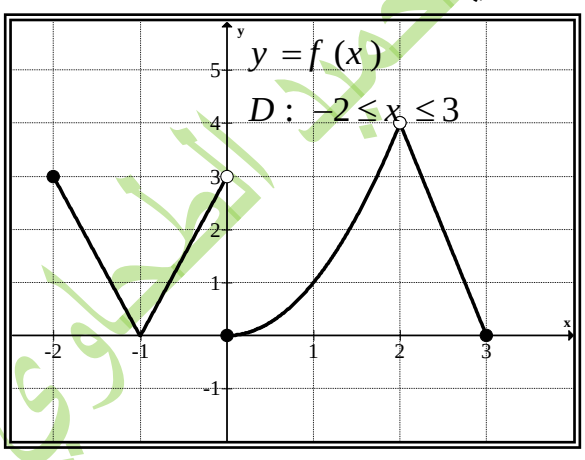
6) مجموعة قيم b التي تجعل $\lim_{x\to b} f(x)$ غير موجودة هي .....

7) مجموعة قيم x التي تجعل الدالة منفصلة هي .....

8) أي نقطة يمكن التخلص من الانفصال عندها؟ اذكر الأسباب التي اعتمدت عليها في إجابتك.

.....

2 الرسم البياني للدالة على فترة مغلقة D معلومة . عند أي من نقاط المجال يمكن أن تكون :



1 1) متصلة وغير قابلة للاشتقاق

2) غير متصلة و غير قابلة للاشتقاق .

3) منفصلة وبين نوع الانفصال .

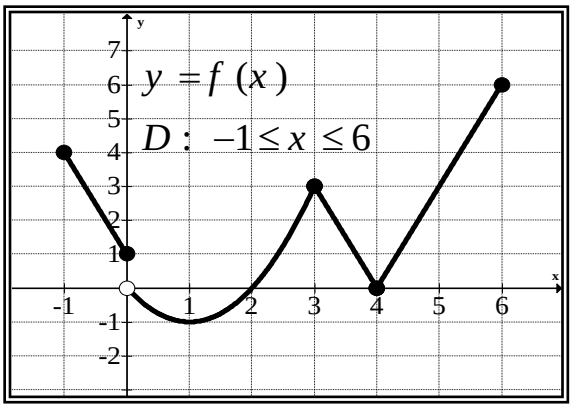
4) قابلة للاشتقاق .

5) نقطة انفصال يمكن التخلص منها أم لا ؟ مع التوضيح .

6) $\lim\limits_{x\to -1} \frac{f(x)}{x+1} =$

7) $\lim\limits_{x\to 3^-} \frac{f(x)}{x-3}$

3 الرسم البياني للدالة f معرف على فترة مغلقة D معلومة. اعتمد عليه وأجب عما يلي :



أوجد عند أي من نقاط المجال يمكن أن تكون

1) متصلة وغير قابلة للاشتقاق .

2) غير متصلة و غير قابلة للاشتقاق .

3) معدل التغير للدالة f عند $x = 5$

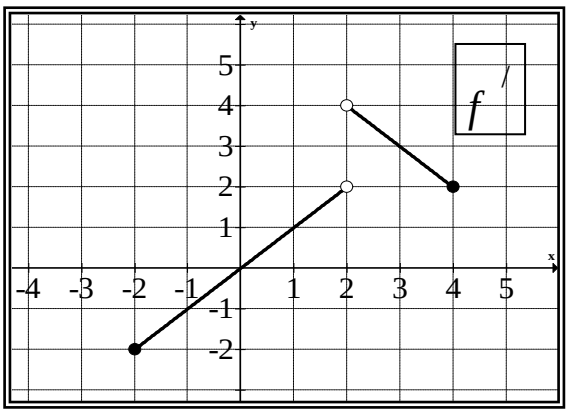
4) $\lim_{h\to 0^-} \frac{f(4+h)}{h}$

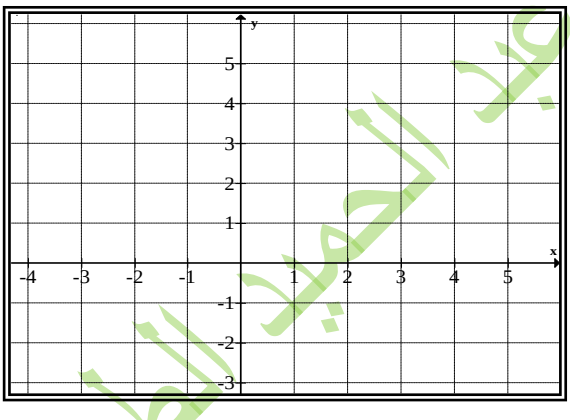
5) $\lim_{h\to 0^+} \frac{f(-1+h)-4}{h}$

6) $\lim_{x\to 3^+} \frac{f(x)-3}{3-x}$

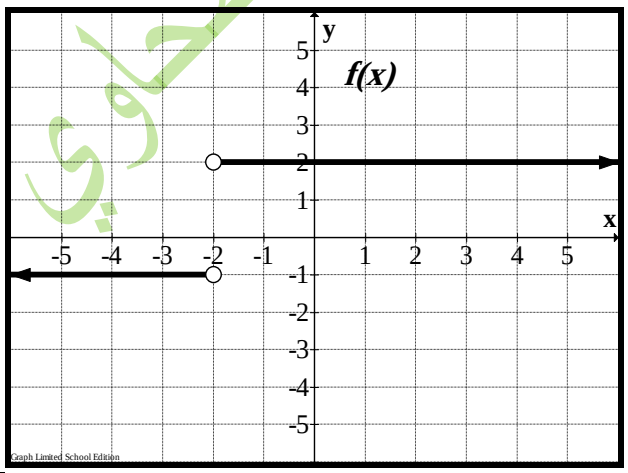
4 الشكل المرسوم جانباً يمثل بيان مشتقة الدالة f حيث f متصلةعلى $[-2,4]$

ارسم $f''(x)$.





5 الشكل المقابل يمثل الرسم البياني



لـ $f'(x)$ ارسم بيانياً الدالة $f(x)$

بحيث

أ) $f(-2) = 0$

ب) الدالة $f(x)$ متصلة لكل x.

إعداد الأستاذ / محمد عبدالحميد الطحاوي

6 أوجد كلاً من النهايات التالية :

1) $\lim_{x\to 1} 2(x^3+3x)^2 =$

2) $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-3x}{(x-1)-\sqrt{x+1}} =$

3) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 3x}{\cos x \,.\, \tan x} =$

2) $\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{5x-1}-3}{8-x^3} =$

5) $\lim_{x\to 0} \frac{\frac{1}{3+x}-\frac{1}{3}}{x}$

6) $\lim_{x\to 0} \frac{x^2-\sin x}{2x+\sin 3x}$

7) $\lim_{x\to 2} \frac{|x-2|}{x^2-2x} =$

8) $\lim_{x\to -3^-} \frac{[x]}{|x-1|}$

إعداد الأستاذ / محمد عبد الحميد الطحاوي

7 أوجد $\lim_{x\to 4}\frac{f(x)-f(4)}{20-5x}$ حيث $f(x)=x^2+12x$

8 إذا كان f , g دوال متصلة عند $x=3$

$$\lim_{x\to 3}f(x)=4 \quad , \quad \lim_{x\to 3}\left(\frac{x^2-9}{x-3}f(x)+2g(x)\right)=30$$

فأوجد $\lim_{x\to 3} g(x)$

9 باستخدام نظرية الإحاطة أوجد :-

a) $lim_{x\to 0}(4-x^2\,sin\frac{1}{x})$

b) $\lim_{x\to 0} f(x)$

حيث: $\frac{\sin x}{x}\le f(x)\le \cos x$

إعداد الأستاذ / محمد عبد الحميد الطحاوي

10 أعد تعريف الدالة $f(x)=\dfrac{\sqrt{4-x}-\sqrt{x}}{x-2}$ بحيث تكون متصلة عند $x = 2$.

11 إذا كانت

$$f(x)=\begin{cases} x^2+1, & x\geq 0 \\ \dfrac{\sqrt{2x+1}-1}{|x|}, & x<0 \end{cases}$$

هل الدالة f متصلة عند $x = 0$.

12 كان متوسط التغير للدالة f في $[1,5]$ يساوي 7 . وكانت $h(x)=3+5f(x)$ فأوجد متوسط التغير للدالة h في $[1,5]$.

إعداد الأستاذ / محمد عبد الحميد الطحاوي

13 أوجد $\lim_{h\to 0}\frac{f(2+3h)-f(2)}{5h}$ حيث $f(x)=3x^2+8x$

14 أوجد النهاية $\lim_{h\to 0}\frac{[3-4(x+h)^3]-[3-4x^3]}{h}$

15 إذا كانت $y=\sqrt{3x+1}$ فأوجد عند $x=1$

a) ميل المماس لمنحنى الدالة باستخدام التعريف.

b) معادلة المماس عند $x=1$

c) معادلة العمودي على المماس عند $x=1$

d) ارسم منحنى الدالة والمماس والعمودي

إعداد الأستاذ / محمد عبد الحميد الطحاوي

16 لتكن الدالة $f(x) = |2x - 4| + 3x$ بين أن الدالة متصلة ولكنها غير قابلة للاشتقاق عند $x = 2$

17 لكل من الدوال الآتية استنتج النقاط التي تكون عندها الدالة غير قابلة للاشتقاق

$a)\ y = \sqrt[3]{3x - 6}$ $b)\ y = |x + 5|$

$c)\ y = \frac{2}{x-3}$ $d)\ y = \sqrt{x^2 + 4x + 4}$

18 لتكن $f(x) = \begin{cases} x \sin\frac{1}{x} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$

(1) اثبت أن f متصلة عند $x = 0$.

(2) أثبت أن $\frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \sin\frac{1}{h}$.

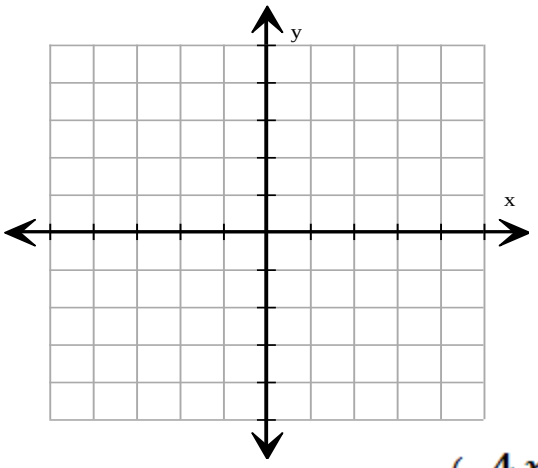
(3) هل $\lim_{h \to 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h}$ موجودة آم لا ؟ (اشرح) .

(4) ما علاقة ما توصلت إليه في فرع (3) بمشتقة الدالة عند $x = 0$.

إعداد الأستاذ / محمد عبد الحميد الطحاوي

19 ارسم بيانيا الدالة المتصلة حيث : $f(-1) = 1$

$$f'(x) = \begin{cases} 2 & , x < 0 \\ -1 & , x \geq 0 \end{cases}$$



20 إذا كانت

$$f(x) = \begin{cases} 4x & , x \leq 2 \\ x^2 - 3 & , x > 2 \end{cases}$$

a) أوجد باستخدام تعريف المشتقة لجهة اليمين حيث $x = 2$

b) أوجد باستخدام تعريف المشتقة لجهة اليسار حيث $x = 2$

c) هل $f'(2)$ موجودة ؟ اشرح ؟

21 ابحث قابلية الدالة للاشتقاق عند $x = 1$

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & , x \leq 1 \\ 3x & , x > 1 \end{cases}$$

إعداد الأستاذ / محمد عبد الحميد الطحاوي

22 في احد مصانع الألعاب كان سعر اللعبة الواحدة بإحدى السنوات 25 دولار و قد بيع 10000 لعبة في نفس السنة ، إذا تناقص سعر اللعبة الواحدة بمعدل 1.25 دولارفي السنة و تزايدت كمياً الألعاب المباعة بمعدل 1500 لعبة سنويا ، أوجد معدل التغير في دخل هذا المصنع ؟ وفسرما توصلت إليه؟

23 لدى عبدالله مزرعة ابقار بها 100 رأس من البقر تنتج كلا منها حوالي 6500 لترا من الحليب شهريا، أراد عبدالله ان يحسن ويزيد من عدد ابقار مزرعته بمعدل 10 بقرات شهريا وقد كان المعدل الشهري من انتاج الحليب حوالي 35 لترا بعد التحسين ما المعدل اللحظي في الانتاج الشهري من لترات الحليب ؟ أعط الاجابة المناسبة بمقياس مناسب من الوحدات ؟

24 قرر 20 طالب القيام برحلة شهرية فوجد أن التكلفة الكلية للرحلة 300 درهما وبعد انتشار الخبر وجد أن عدد الطلاب يتزايد بمعدل 3 طلاب شهريا ولكن مع الغلاء اتضح أن تكاليف الرحلة تتزايد بمعدل 15 درهما شهريا . فأوجد المعدل اللحظي لنصيب كل طالب ؟

إعداد الأستاذ / محمد عبد الحميد الطحاوي

25 بفرض أن الدالتين f و g ومشتقاتهما لهما القيم التالية عند $x=2$, $x=3$ كما هو موضح في الجدول التالي :

x	$f(x)$	$g(x)$	$f'(x)$	$g'(x)$
2	3	6	1/3	-2
3	3	-4	2	5

أوجد قيم المشتقات بالنسبة لـ x عند قيمة x المعطاة للدوال المركبة :

1) $f(x)\times g(x)=$, $x=3$ 2) $1/g^2(x)=$, $x=3$

3) $\sqrt{f^2(x)+g^2(x)}$, $x=2$ 4) $g(f(x))$, $x=2$

5) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{(fg)(x)+12}{x-3}$

26 إذا كانت u و v دالتان في χ وقابلتان الاشتقاق عند $x=3$ وأن

$v'(3)=5$ ، $v(3)=1$ ، $u'(3)=-4$ ، $u(3)=2$, $v'(2)=4$

أوجد قيم المشتقات التالية عند $x=3$

1) $\dfrac{d}{dx}(3u+2x^3-4)$ 2) $\dfrac{d}{dx}(v(u(x))$

إعداد الأستاذ / محمد عبد الحميد الطحاوي

27 بفرض ان f و g دالتان وان المشتقة الأولى لهما القيم التالية عند القيم x = 0 , x = -1

x	f(x)	g(x)	f'(x)	g'(x)
-1	0	-1	2	1
0	-1	-3	-2	4

احسب ما يلي عند قيم x المقابلة

1) $\lim_{x\to -1} \dfrac{3f(x)-g(x)+x^2}{g^3(x)}$

2) $\frac{d}{dx} f(g(x))$, $x=-1$

3) $\frac{d}{dx}[(f(x))^2\ (g(x))^3]$, $x=0$

4) $\frac{d}{dx}\sqrt{f(x)+g^2(x)}$, $x=-1$

28 اذا كان $f(x)=\frac{h(x)+8x}{g(x)}$ حيث $g(x)\neq 0$ و لمنحنى كل من الدالتين $h(x), g(x)$ مماسا مشترك افقي

1) اكمل الجدول التالي :-

x	$g(x)$	$h(x)$	$f(x)$	$g'(x)$	$h'(x)$
1	4				

2) أوجد $f'(x)$

3) أوجد $f'(1)$

29 أوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي :

1) $y = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^3}$

2) $x = 2\cos t \ , \ y = 2\sin t$

3) $y = \tan^4 2x^2$

4) $y = x^3(2 - \frac{1}{x})^3$

5) $y = 3x^4 - \frac{2}{x^3} + \sqrt[3]{x^2} - sin\frac{\pi}{6}$

6) $y = (3x^2 + 2)(4 - 5x)$

7) $y = (4x^2 - 2)(2x - 5)^{-1}$

8) $y = 3u^2 + 2u \ , \ u = sec(4x - 1)$

30 منحنى تمثله بارامترياً المعادلتان : $x = \sqrt{t}$, $y = (t - 3)^2$ أوجد معادلة خط المماس لهذا المنحنى عند النقطة التي تكون عندها t = 9

إعداد الأستاذ / محمد عبد الحميد الطحاوي

31 إذا كانت $x^2+xy=y^2+1$ فأوجد $\frac{dy}{dx}$ عند (2 ، 3)

32 أوجد معادلة المماس على منحنى الدالة $x^2-\sqrt{3}xy+2y^2=5$ عند النقطة $(\sqrt{3},2)$

33 أوجد $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{t=-\pi/4}$ حيث $x=\cos t \quad , \quad y=t+\sin t$

34 يتحرك جسيم على خط بدلالة الموضع s (t) وفق العلاقة $S(t)=3t^2-2t^3$

أوجد :-

السرعة المتجهة - العجلة - صف حركه الجسم عندما $t\geq 0$

إعداد الأستاذ / محمد عبد الحميد الطحاوي

35 يتحرك جزيء على خط مستقيم بحيث يكون موضعه عند أي لحظة يعطى بالدالة $s(t) = t^3 - 12t^2 + 3$ حيث s تقاس بالمتر ، و t تقاس بالثانية .

- أوجد الإزاحة خلال الثواني الأربع الأولى .
- أوجد الإزاحة خلال الثانية الرابعة
- أوجد السرعة المتجهة عند $t = 2$.
- أوجد عجلة الجسم عند $t = 2$.
- ما قيم t التي يغير الجسيم اتجاهه ؟
- صف حركة الجسيم

36 جسيم يتحرك حسب العلاقة $s(t) = \sqrt{2t^2 + 18}$ حيث s المسافة بالأمتار و t الزمن بالثانية . اوجد المسافة التي يقطعها هذا الجسيم عندما تكون سرعته $1\ m/sec$.

إعداد الأستاذ / محمد عبد الحميد الطحاوي

37 **يتحرك جسيم على خط مستقيم حيث دالة الموضع** $s(t)=\frac{1}{3}t^3-2t^2+8t-5$

1) أوجد عجلته عندما تكون سرعته المتجهة تساوي $20m/\sec$.

2) صف حركة الجسيم عندما $t\geq 0$

38 اذا علم ان موضع نقطة تتحرك على خط الاحداثيات يعطي بالعلاقة :

$$s(t)=t^3-6t^2+9t+10$$

حيث الزمن t يقاس بالثواني و المسافة sبالمتر . اوجد

1) السرعه المتوسطة في الفترة الزمنية $[0,4]$

2) متى تنعدم العجلة ؟ و متي يغير الجسيم من اتجاه حركتة ؟

3) صف حركة الجسيم لكل $t\geq 0$

t	
اشارة $v(t)$	

t	
اشارة $a(t)$	

t	
$v(t)$ اشارة	
$a(t)$ اشارة	

.

39 لتكن $f(x)=\begin{cases} x^2+3x & ,x\le 2 \\ x^3 & ,x>2 \end{cases}$ ، $h(x)=(x^2-3)^4$ أوجد $(f\circ h)'(2)$

40 لتكن $y=x^2+7x-5$ أوجد قيمة $\frac{dy}{dt}$ عندما $x=1$ و $\frac{dy}{dt}=\frac{1}{3}$

41 لتكن $r=(\theta^2+1)^3$ ، $\theta^2 t+\theta=1$.

a) أوجد $\frac{d\theta}{dt}$. b) اوجد $\frac{dr}{dt}$ عند $t=0$

42 إذا كانت $h(x)=\frac{f^2(x)+x}{g(x)}$ فأوجد $h'(3)$ علماً بأن للمنحنيين $f(x),g(x)$ مماساً أفقياً مشتركاً عند النقطة (4 ، 3) الواقعة على كليهما .

إعداد الأستاذ / محمد عبد الحميد الطحاوي

43 إذا كان $y = t^3 + 2t$, $x = 3t - t^2$ أوجد

(a $\frac{dy}{dx}$ عند $t = 1$

(b $\frac{d}{dt}(\frac{dy}{dx})$ كدالة في t (بسط إجابتك)

(c $\frac{d^2y}{dx^2}$

إعداد الأستاذ / محمد عبد الحميد الطحاوي

الأسئلة المختلفة على ايجاد قيمة الثوابت

44 إذا كان المماس لمنحنى الدالة $f(x) = ax^2 + bx$ يصنع زاوية قياسها $\frac{\pi}{4}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات $(1 , 3)$ فأوجد قيمة الثوابت a , b

45 $\lim_{x \to 7} \frac{3 - \sqrt{x - a}}{x - 7} = \frac{-1}{4}$ فما قيمة a ؟ موضحاً خطوات الحل .

46 إذا كانت $f(x)=\begin{cases} ax-b & ,x\le 1 \\ 3x & ,1<x<2 \\ bx^2-a & ,x\ge 2 \end{cases}$ حيث a , b ثابتين

أوجد قيمة الثابتين a , b التي تجعل الدالة متصلة على $(-\infty,\infty)$.

47 إذا كان متوسط التغير في الدالة $h(x)=\sqrt{4x+1}$ في الفترة $[0,a]$ يساوي 1

اوجد قيمة الثابت a

48 إذا كانت $f(x)=ax^3-7x^2+8$ وكانت $\lim_{h\to 0} f''(x+h)-f''(x)=12h$

اوجد قيمة الثابت a

إعداد الأستاذ / محمد عبد الحميد الطحاوي

49 إذا كانت $f(x)=\begin{cases} ax+2 & ,x<3 \\ x^2+b & ,x\geq 3 \end{cases}$ حيث $a\,,b$ ثابتين

أوجد قيمة الثابتين $a\,,b$ التي تجعل $f'(3)$ موجودة .

50 إذا كان المستقيم الذي معادلته $y=2x+1$ مماساً لمنحني الدالة $f(x)=x^2+a$.

فأوجد قيمة الثابت a

51 إذا كانت

$$f(x)=\begin{cases} 3x^2+2 & , \quad x\geq 1 \\ ax+b & , \quad x<1 \end{cases}$$

وكانت $f(x)$ قابلة للاشتقاق عند $x=1$ فأوجد قيمة كل من الثوابت a ,b

إعداد الأستاذ / محمد عبد الحميد الطحاوي

52 إذا كان ميل المماس لمنحنى الدالة $f(x) = a\,x^2 + b\,x + 2$ عند النقطة $(1, 4)$ هو 5 ، أوجد قيم الثوابت a , b

53 إذا كانت $f(x) = \begin{cases} x^3 & , x \le 1 \\ ax^2 + bx + c & , x > 1 \end{cases}$ وكانت , f' , f'' موجودة

عند $x = 1$ أوجد قيمة الثوابت a, b, c .

إعداد الأستاذ / محمد عبد الحميد الطحاوي

أسئلة الاثبات المختلفة

54 لتكن $f(x)=\cos^2 x$ فاثبت ان : $f''(x)+4f(x)=2$

55 إذا كانت $f(x)=xsinx+cosx$ فاثبت أن $xf''(x)+xf(x)-2f'(x)=0$

56 إذا كانت $f(x)=2sinx+3cosx$ فاثبت أن $y''+y=0$

57 إذا كانت $y=2+4cos(3x+1)$ فاثبت أن $y''+9y-18=0$

إعداد الأستاذ / محمد عبد الحميد الطحاوي

58 إذا كانت $y^2 + 3x^2 - 2x = 5$ فاثبت أن $(y')^2 + yy'' + 3 = 0$

59 إذا كانت $xy = \sin x$ فاثبت أن $x(y'' + y) + 2y' = 0$

60 إذا كانت $xy = \sin 2x + \cos 2x$ فاثبت أن $x(y'' + 4y) + 2y' = 0$

إعداد الأستاذ / محمد عبد الحميد الطحاوي